

Санкт-Петербургский государственный университет

---

Физический факультет  
Кафедра вычислительной физики

---

В.В.Монахов, О.В.Огинец, А.В.Кожедуб, А.А.Матвеев, А.И.Назаров,  
М.Г.Яковлева.

**Автоматизированный практикум по физике  
для студентов второго курса**

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ОПТИКА

**Учебно-методическое пособие**

Санкт-Петербург  
2007

*Утверждено на заседании кафедры вычислительной физики.  
Рекомендовано к печати методической комиссией физического факультета  
СПбГУ.*

Авторы: В.В.Монахов, О.В.Огинец, А.В.Кожедуб, А.А.Матвеев, А.И.Назаров,  
М.Г.Яковлева.

Рецензент: д.ф.-м.н. Е.И.Бутиков.

Учебно-методическое пособие из серии "Автоматизированный физический практикум" содержит описания лабораторных работ по разделам "Электричество" и "Оптика" предназначенных для студентов 2 курса физического факультета СПбГУ.

По каждой лабораторной работе приведены основы физической теории, описание экспериментальных установок с использованием компьютера, а также задания, которые должны выполнить студенты.

Авторский коллектив выражает благодарность Т.В.Фроловой, Н.А.Макарову и Н.А.Макаровой за помощь в подготовке пособия к изданию.

# Оглавление

Лабораторная работа №1	Изучение основ управления физическим экспериментом с помощью компьютера	3
1.1	Теоретическая часть	3
1.2	Практическая часть	13
1.3	Контрольные вопросы	14
1.4	Порядок выполнения работы	15
Лабораторная работа №2	Опыт Милликена	20
2.1	Теоретические сведения	20
2.2	Контрольные вопросы	25
2.3	Компьютерный эксперимент	25
2.4	Порядок выполнения работы	28
2.5	Обработка результатов	28
Лабораторная работа №3	Исследование характеристик ФЭУ в режиме счета фотонов	30
3.1	Теоретическая часть	30
3.2	Лабораторная установка	38
3.3	Задания	39
3.4	Контрольные вопросы	40
3.5	Порядок выполнения работы	40
Лабораторная работа №4	Исследование простых цепей переменного тока	42
4.1	Теоретическая часть	42
4.2	Контрольные вопросы	48
4.3	Порядок выполнения работы	48
Лабораторная работа №5	Вольт-амперные характеристики элементов электрической цепи	56
5.1	Теоретическая часть	56
5.1.1	Статические и динамические вольт-амперные характеристики	56
5.1.2	Измерение вольт-амперных характеристик с помощью АЦП и ЦАП	61
5.2	Контрольные вопросы	64
5.3	Порядок выполнения работы	65

Лабораторная работа №6	Градуировка монохроматора	67
6.1	Теоретическая часть. Общие вопросы . . . . .	67
6.1.1	Типы спектральных приборов . . . . .	67
6.1.2	Устройство спектрального прибора. Оптическая схема и инструментальный контур монохроматора . . . . .	68
6.1.3	Формирование спектрального распределения. Градуировочная кривая монохроматора . . . . .	69
6.1.4	Основные характеристики спектрального прибора . . . . .	70
6.2	Описание экспериментальной установки . . . . .	73
6.2.1	Функциональная схема установки . . . . .	73
6.2.2	Регистрация спектра . . . . .	74
6.2.3	Выходные данные . . . . .	75
6.3	Описание программного обеспечения . . . . .	75
6.3.1	Запуск и остановка измерений, изменение границ спектра, управление графическим выводом данных, сохранение результатов . . . . .	75
6.3.2	Обработка экспериментальных данных и получение градуировочной кривой . . . . .	76
6.4	Контрольные вопросы . . . . .	76
6.5	Порядок выполнения работы . . . . .	77

# Лабораторная работа № 1

## Изучение основ управления физическим экспериментом с помощью компьютера

### 1.1 Теоретическая часть

#### Позиционные системы счисления

Позиционная система счисления - это такой способ записи числа, при котором вес цифры зависит от занимаемой позиции и пропорционален степени некоторого числа. Основание степени называется основанием системы счисления. Например, число 1998 в десятичной системе счисления представляется в виде суммы тысяч, сотен, десятков и единиц:  $1998 = 1 * 10^3 + 9 * 10^2 + 9 * 10^1 + 8 * 10^0$ , то есть слагаемых с различными степенями числа 10. По основанию степени - числу десять - система называется десятичной. Другие позиционные системы счисления отличаются только числом в основании степени. Наиболее распространены десятичная, шестнадцатеричная (основание шестнадцать), восьмиричная (основание восемь) и двоичная (основание два) системы. Число различных знаков - цифр, используемых для записи чисел - в каждой системе равно основанию данной системы счисления.

0,1	- цифры двоичной системы
0,1,2,3,4,5,6,7	- цифры восьмиричной системы
0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	- цифры десятичной системы
0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F	- цифры шестнадцатеричной системы

В шестнадцатеричной системе "обычных" десятичных цифр недостаточно, и для обозначения цифр, больших девяти, используются заглавные латинские буквы *A, B, C, D, E, F*.

В дальнейшем везде, где это необходимо, мы будем указывать основание системы счисления индексом рядом с числом:  $95_{10}$  - в десятичной системе,  $27F_{16}$  - в шестнадцатеричной системе,  $6752_8$  - в восьмиричной системе,  $1000111_2$  - в двоичной системе.

Существует множество непозиционных систем счисления, в которых числа изображаются и называются по своим правилам. Для римской системы чисел характерно сопоставление отдельного знака каждому большому числу (*V* - пять, *X* - десять, *L* - пятьдесят, *C* - сто, *M* - тысяча), повторение знака столько раз, сколько таких чисел во всем числе (*III* - три, *XX* - двадцать), а также отдельные правила для предшествующих и последующих чисел (*IV* - четыре, *VI* - шесть, *IX* - девять). Множество непозиционных систем счисления связано с традиционными

способами измерения конкретных величин - времени (секунда, минута, час, сутки, неделя, месяц, год), длины (дюйм, фут, ярд, миля, аршин, сажень), массы (унция, фунт), денежных единиц. Выполнение арифметических действий в таких системах представляет собой крайне сложную задачу. Позиционные системы счисления наиболее удобны для математических операций с числами (вспомните способ сложения и умножения "столбиком").

Двоичная система является естественным способом кодирования информации в компьютере, когда сообщение представляется набором нулей ("0 нет сигнала на линии) и единиц ("1 есть сигнал на линии). Для обозначения двоичных цифр применяется термин "бит являющийся сокращением английского словосочетания "двоичная цифра" (Binary digiT). Архитектура компьютера накладывает существенное ограничение на длину информации, обрабатываемой за одну операцию. Эта длина измеряется количеством двоичных разрядов и называется разрядностью.

С помощью восьми двоичных разрядов можно представить  $2^8 = 256$  целых чисел. Порция информации размером 8 бит (восемьбитовое число) служит основной единицей измерения компьютерной информации и называется байтом (byte). Как правило, передача информации внутри компьютера и между компьютерами идет порциями, кратными целому числу байт. Машинным словом называют порцию данных, которую процессор компьютера может обработать за одну операцию (микрокоманду). Первые персональные компьютеры (PC - personal computer) были 16-разрядными, т.е. работали с 16-битными (двухбайтными) словами. Поэтому операционные системы первых поколений для этих компьютеров также были 16-разрядными. Например, MS DOS. Более современные операционные системы стали 32-разрядными (Windows, Linux), так как ориентированы на использование 32-разрядных процессоров, либо даже 64-разрядными (версии Windows, MacOS, Linux для 64-разрядных процессоров).

Шестнадцатью битами можно представить числа от  $0000000000000000_2$  до  $1111111111111111_2$  (от  $0_{10}$  до  $65535_{10}$ ). Аналогично, 32-битное слово может быть использовано для представления чисел диапазона от 0 до  $2^{32} - 1$ , а 64-битное - чисел от 0 до  $2^{64} - 1$ .

Представление чисел в двоичной и шестнадцатеричной системах счисления, а также преобразование из одной системы в другую бывает необходимо при программировании аппаратуры, предназначенной для измерений и управления различными устройствами. Эти действия осуществляются с помощью портов ввода-вывода, цифро-аналоговых и аналого-цифровых преобразователей. Компьютеры на основе процессоров x86 (от Intel i-86 до Pentium Duo, Xeon; AMD Athlon, Opteron и т.д.) имеют специальные адреса для управления аппаратурой - адреса портов. Обращение к портам независимо от разрядности процессора и типа операционной системы может производиться либо побайтно (как по четным, так и по нечетным адресам портов), либо 16-разрядными словами (только по четным адресам портов).

## Преобразование чисел из одной позиционной системы счисления в другую

Число  $N$  может быть записано с помощью разных систем счисления. Например, в десятичной:

$$N = A_n \cdot 10^n + \dots + A_2 \cdot 10^2 + A_1 \cdot 10^1 + A_0 \cdot 10^0 \quad (A_n = 0 \dots 9)$$

или в двоичной:

$$N = B_n \cdot 2^n + \dots + B_2 \cdot 2^2 + B_1 \cdot 2^1 + B_0 \cdot 2^0 \quad (B_n = 0 \text{ или } 1)$$

Преобразование в другую систему счисления сводится к нахождению коэффициентов  $B_n$  по известным коэффициентам  $A_n$  - при переводе из десятичной системы в двоичную, или коэффициентов  $A_n$  по коэффициентам  $B_n$  - при переводе из двоичной системы в десятичную.

## Преобразование чисел из системы с меньшим основанием в систему с большим основанием

Рассмотрим преобразование из двоичной системы в десятичную. Запишем число  $N$  в виде

$$N = B_n \cdot 2^n + \dots + B_2 \cdot 2^2 + B_1 \cdot 2^1 + B_0 \cdot 2^0 \quad (B_n = 0 \text{ или } 1)$$

и будем рассматривать эту формулу как алгебраическое выражение в десятичной системе. Выполним арифметические действия по правилам десятичной системы. Полученный результат даст десятичное представление числа  $N$ .

*Пример:* Преобразуем  $01011110_2$  к десятичному виду. Имеем:  $01011110_2 = 0 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 0 + 64 + 0 + 16 + 8 + 4 + 2 + 0 = 94_{10}$

## Преобразование чисел из системы с большим основанием в систему с меньшим основанием

Рассмотрим преобразование из десятичной системы в двоичную. Для известного числа  $N$  необходимо найти коэффициенты в выражении

$$N = B_n \cdot 2^n + \dots + B_2 \cdot 2^2 + B_1 \cdot 2^1 + B_0 \cdot 2^0 \quad (B_n = 0 \text{ или } 1)$$

Воспользуемся следующим алгоритмом: в десятичной системе разделим число  $N$  на 2 с остатком. Остаток деления (он не превосходит делителя) даст коэффициент  $B_0$  при младшей степени, то есть при  $2^0$ . Далее делим на 2 частное, полученное от предыдущего деления. Остаток деления будет следующим коэффициентом  $B_1$  двоичной записи  $N$ . Повторяя эту процедуру до тех пор, пока частное не станет равным нулю, получим последовательность коэффициентов  $B_n$ .

*Пример:* Преобразуем  $345_{10}$  к двоичному виду. Имеем:

	частное	остаток	$B_j$
345/2	172	1	$B_0$
172/2	86	0	$B_1$
86/2	43	0	$B_2$
43/2	21	1	$B_3$
21/2	10	1	$B_4$
10/2	5	0	$B_5$
5/2	2	1	$B_6$
2/2	1	0	$B_7$
1/2	0	1	$B_8$

$$345_{10} = 101011001_2$$

## Преобразование чисел в системах счисления с кратными основаниями

Рассмотрим число  $N$  в двоичном и шестнадцатиричном представлениях.

$$N = B_n \cdot 2^n + \dots + B_2 \cdot 2^2 + B_1 \cdot 2^1 + B_0 \cdot 2^0 \quad (B_i = 0 \text{ или } 1)$$

$$N = H_n \cdot 16^n + \dots + H_2 \cdot 16^2 + H_1 \cdot 16^1 + H_0 \cdot 16^0 \quad (H_i = 0..F_{16}, \text{ где } F_{16} = 15_{10})$$

Заметим, что  $16 = 2^4$ . Объединим цифры в двоичной записи числа группами по четыре. Каждая группа из четырех двоичных цифр представляет число от 0 до  $F_{16}$ , то есть от 0 до  $15_{10}$ . От группы к группе вес цифры изменяется в  $2^4 = 16$  раз (основание 16-ричной системы). Таким образом, перевод чисел из двоичного представления в шестнадцатиричное и обратно осуществляется простой заменой всех групп из четырех двоичных цифр на шестнадцатиричные (по одному на каждую группу) и обратно :

$0000_2 = 0_{16}$	$0100_2 = 4_{16}$	$1000_2 = 8_{16}$	$1100_2 = C_{16}$
$0001_2 = 1_{16}$	$0101_2 = 5_{16}$	$1001_2 = 9_{16}$	$1101_2 = D_{16}$
$0010_2 = 2_{16}$	$0110_2 = 6_{16}$	$1010_2 = A_{16}$	$1110_2 = E_{16}$
$0011_2 = 3_{16}$	$0111_2 = 7_{16}$	$1011_2 = B_{16}$	$1111_2 = F_{16}$

*Пример:* Преобразуем  $1011010111_2$  к шестнадцатиричному виду:

$$10\ 1101\ 0111_2 = 0010\ 1101\ 0111_2 = 2D7_{16}$$

## Порты цифрового ввода - вывода

Общение компьютера с различными подключаемыми к нему устройствами, как уже говорилось, обычно происходит через так называемые порты ("порт" в переводе с греческого - "ворота"). Для идентификации устройств ввода-вывода в персональном компьютере каждому из них присвоен индивидуальный номер - 'адрес порта'. Например, порт принтера LPT1 имеет адрес  $378_{16}$ , порт принтера LPT2 - адрес  $278_{16}$ , последовательный порт COM1 - адрес  $3F8_{16}$ . При каждой операции записи/чтения происходит обращение только к одному устройству - тому, адрес которого совпадает с заданным. Данные, записанные в порт, сохраняются в специальном буфере (регистре порта) до следующей записи данных в этот порт. При операции 'чтение из порта' происходит вывод цифровой информации о состоянии



порта в момент операции чтения. Порты чтения и записи с одинаковыми адресами могут быть физически разделены, при этом часто данные, записанные в порт, не могут быть прочитаны при обращении к этому порту. В РС существует два специальных типа устройств ввода-вывода, также называемых портами - 1)последовательные 2)параллельные. Последовательные порты (обычно их два - COM1 и COM2) раньше служили для подключения "мыши"и других относительно медленных устройств. В настоящее время они заменяются USB-портами (сокращение от Universal Serial Bus - "универсальная последовательная шина"). В последовательном порту передача данных происходит по одному проводу бит за битом (как правило, серией бит порцией по 1 байту). Параллельные порты (обычно в компьютере имеется только один - LPT1) часто называются принтерными. В параллельном порту передача данных происходит одновременно по 8 проводам байт за байтом. Как правило, передача идет из компьютера к внешнему устройству - принтеру, хотя возможна и обратная передача - по другим 8 линиям. Кроме этих 16 линий и "земли"имеется еще несколько служебных линий. Параллельные порты РС в настоящее время также практически вытеснены USB-портами. Тем не менее, при управлении устройствами автоматизации часто приходится использовать параллельные порты: для этих целей выпускаются специальные электронные модули, подключаемые к компьютеру через USB или другим способом, и имеющие внешние разъемы параллельных портов ввода-вывода.

## Цифро-аналоговые преобразователи

### Принципы работы ЦАП

Под цифро-аналоговыми преобразователями (ЦАП) понимают устройства, позволяющие осуществлять перевод информации из цифровой формы в аналоговые сигналы. Эти преобразователи широко используются в приборах цифровой обработки данных, видеоадаптерах, звуковых картах (Sound Blaster), а также в устройствах управления и автоматизации физического эксперимента с помощью компьютера. В ЦАП входным сигналом является цифровой код, а выходным - соответствующее ему значение аналоговой величины в виде напряжения, линейно зависящего от кода.

Рассмотрим упрощенную схему ЦАП, показанную на рис.1.1.

Пусть  $U$  - постоянное напряжение,  $R_1 = R_0/2$ ,  $R_2 = R_1/2$ , ...,  $R_7 = R_6/2$  и  $r \ll R_7$ . Выходное напряжение  $U_{\text{ВЫХ}}$  пропорционально сумме токов через  $R_0$ ,  $R_1, \dots, R_7$ . ЦАП подобной конструкции называется ЦАП с суммированием токов. Каждый бит  $m_i$  двоичного числа в регистре ЦАП управляет своим ключом. '0' соответствует разомкнутому состоянию ключа, '1' - замкнутому. Если все ключи разомкнуты, значения бит  $m_0 = 0$ ,  $m_1 = 0$ , ...,  $m_7 = 0$ . Тогда код  $M$  состояния входного регистра ЦАП будет  $M = 00000000_2$ . Рассмотрим теперь состояние, в котором ключ  $m_0$  замкнут, а остальные разомкнуты. Это соответствует двоичному коду в регистре  $M = 00000001_2$ . Пренебрегая значением  $r$  по сравнению с  $R_0$ , получаем, что ток через резистор  $r$

$$i_0 = U/R_0$$

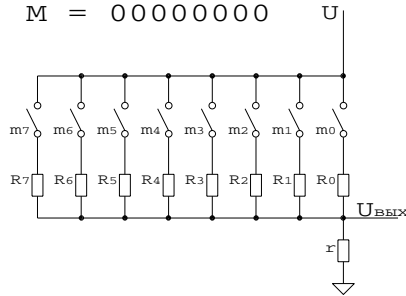


Рис. 1.1: Упрощенная схема ЦАП.

Напряжение  $U_{\text{ВЫХ}}$  на резисторе  $r$  будет равно

$$U_0 = i_0 r = U r / R_0$$

Для замкнутого ключа, соответствующего биту  $m_1$ , и разомкнутых остальных,  $M = 00000010_2$ , и мы имеем

$$i_1 = U / R_1 = 2i_0$$

В этом случае значение  $U_{\text{ВЫХ}}$  будет равно

$$U_1 = i_1 r = 2U_0$$

То есть вклад бита  $m_1$  в выходное напряжение окажется в два раза больше, чем вклад бита  $m_0$ .

Для замкнутого ключа, соответствующего биту  $m_n$  и разомкнутых остальных  $M = 0..010..0_2$

$$i_n U / R_n = 2^n i_0$$

$$U_n = i_n r = 2^n U_0$$

То есть вклад бита  $m_n$  в  $2^n$  раз больше, чем вклад бита  $m_0$ .

Для произвольного состояния ключей  $M = (m_7 m_6 m_5 m_4 m_3 m_2 m_1 m_0)_2$

$$i_M = m_7 i_7 + m_6 i_6 + \dots + m_2 i_2 + m_1 i_1 + m_0 i_0$$

$$U_M = i_M r$$

Таким образом, описываемая схема производит преобразование двоичного числа  $M$  в аналоговый сигнал (напряжение  $U_{\text{ВЫХ}}$ ) по формуле

$$U_{\text{ВЫХ}} = U_0 M$$

В рассматриваемом случае выходное напряжение всегда положительно - такие ЦАП называют однополярными. Если  $N$  - число бит ЦАП, то выходное напряжение может принимать значения от  $U_{\text{min}} = 0$  до  $U_{\text{max}} = (2^N - 1)U_0$  при изменении кода от  $M_{\text{min}} = 0$  до  $M_{\text{max}} = 2^N - 1$ . ЦАП, у которых выходное напряжение может быть как положительным, так и отрицательным, называют двуполярными.

## Параметры ЦАП

В общем случае ЦАП переводит код в напряжение по правилу

$$U_{\text{вых}} = K_{\text{ЦАП}}(M_{\text{вх}} - M_0)$$

где  $K_{\text{ЦАП}}$  - коэффициент преобразования ЦАП, а  $M_0$  - код сдвига нулевого уровня ЦАП. Величина  $M_0$  для однополярных ЦАП, преобразующих коды в напряжение одного знака, как правило, близка к нулю, а для биполярных ЦАП близка к половине максимального кода, воспринимаемого преобразователем. Поскольку при увеличении входного кода на единицу напряжение  $U_{\text{вых}}$  меняется на величину  $K_{\text{ЦАП}}$ , коэффициент преобразования часто называют значением младшего разряда (МР) ЦАП.

Характерная зависимость выходного напряжения от кода для ЦАП показана на рис.1.2.

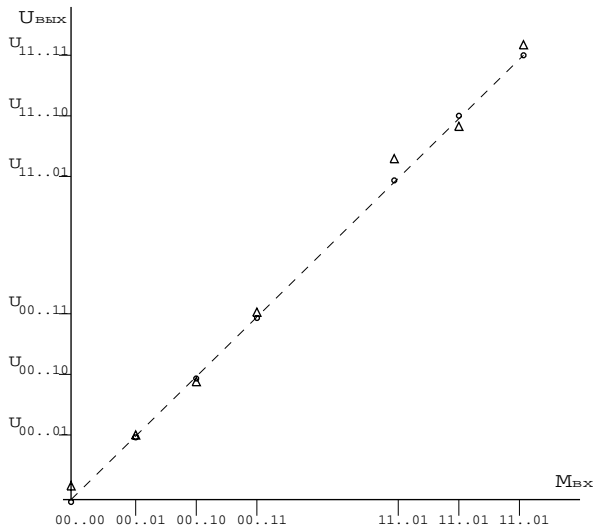


Рис. 1.2: Зависимость  $U_{\text{вых}}(M_{\text{вх}})$  для идеального (точки) и неидеального (треугольники) однополярного ЦАП

Основной характеристикой ЦАП является его разрядность  $N$ , определяемая количеством двоичных разрядов входного кода и характеризующая возможное количество уровней аналогового сигнала. Так, ЦАП разрядности 10 имеет 10 цифровых входов и, таким образом, может давать на выходе  $2^{10} = 1024$  различных значений напряжения. Выходной сигнал ЦАП бывает либо однополярным, либо биполярным.

При значении МР 0.005 вольт в рассмотренном нами примере однополярного десятиразрядного ЦАП допустимые входные коды находятся в диапазоне от 0 до

$2^{10} - 1 = 1023$ , и выходное напряжение может меняться от 0 до 5.115 вольт. Очевидно, чем выше разрядность ЦАП, тем точнее можно с его помощью установить требуемое выходное напряжение. Погрешность работы ЦАП определяется наибольшим отклонением аналогового сигнала от расчетного. Основным источником погрешности ЦАП является его нелинейность, характеризующаяся отклонением выходного напряжения от линейной зависимости при линейном увеличении входного кода. Отклонение от линейности обычно оценивают в значениях  $MP$ , и для хороших ЦАП оно не превышает  $\pm 0.5MP$ . Различают дифференциальную нелинейность, определяемую по нелинейности выходного сигнала для двух последовательных значений входного кода, и интегральную нелинейность, соответствующую максимальной нелинейности при измерениях по двум значениям выходного сигнала в пределах допустимых границ изменения.

К погрешностям работы ЦАП, помимо указанной нелинейности, можно также отнести возможный сдвиг нулевого уровня  $M_0$  от паспортного, а также запаздывание установления выходного напряжения после изменения входного кода. Кроме того, иногда работа ЦАП сопровождается специфическими переходными импульсами в выходном сигнале, которые представляют собой острые пики большой амплитуды. Они особенно проявляются, когда одновременно происходит смена битов в старшем и младших разрядах (например, если входной код  $011\dots111_2$  сменяется кодом  $10\dots000_2$ ).

## Генератор сигналов на основе ЦАП

С помощью ЦАП можно построить генератор сигналов произвольной формы и длительности, если менять через равные промежутки времени  $\Delta t$  входной код  $M_{ВХ}$  (рис.1.3). Следует помнить, что при генерации сигналов заданной формы неизбежно возникают искажения, связанные с конечным разрешением ЦАП по напряжению и быстродействию. При использовании идеального ЦАП напряжение, устанавливаемое в каждой точке, может отличаться от расчетного на половину младшего разряда, а интервал  $\Delta t$  между соседними точками не может быть сделан менее  $t_{уст}$  - времени установления выходного напряжения ЦАП. Величину  $1/\Delta t$  называют частотой квантования сигнала. Слово "квант" здесь означает порцию неизменной величины. Действительно, изменение выходного напряжения ЦАП происходит скачками, равными целому числу цены младшего разряда ЦАП.

## Аналого-цифровые преобразователи

### Принципы работы аналого-цифровых преобразователей

Для ввода в компьютер информации об аналоговых сигналах используют аналого-цифровые преобразователи (АЦП). Существует много различных типов АЦП, т.к. имеются разные методы преобразования входного напряжения  $U_{ВХ}$  в цифровой код  $M_{ВЫХ}$ . Например, имеются параллельное и последовательное преобразования, а также промежуточное между ними преобразование поразрядного уравнивания (взвешивания). В цифровых вольтметрах чаще всего применяются АЦП с

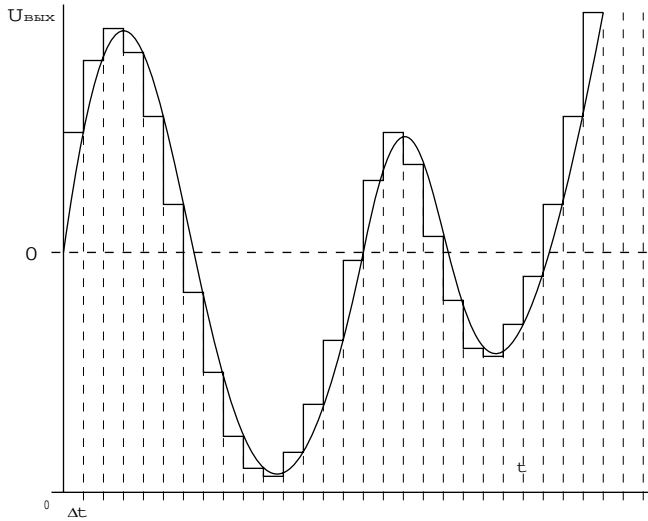


Рис. 1.3: Генератор сигналов на основе ЦАП.

методом двойного интегрирования. В ряде случаев используют преобразователи из напряжения в частоту, с последующим измерением этой частоты. И так далее.

Рассмотрим упрощенную схему АЦП, показанную на рис.1.4. Он состоит из ЦАП и компаратора. Компаратор (от англ. compare - сравнивать) - это устройство с двумя аналоговыми входами  $IN_1$  и  $IN_2$  и одним цифровым выходом  $OUT$ . Если напряжение на входе  $IN_1$ , на которое подано напряжение от ЦАП, меньше напряжения  $U_{ВХ}$  от внешнего источника, подаваемого на вход  $IN_2$ , то  $OUT = 1$ , иначе  $OUT = 0$ . Сравнивая измеряемый сигнал  $U_{ВХ}$  с известным выходным напряжением ЦАП, можно найти такие два соседние кода ЦАП  $M_1$  и  $M_2$ , для которых

$$U_{M_1} \leq U_{ВХ}$$

$$U_{M_2} > U_{ВХ}$$

и считать результатом преобразования  $M_1$ . Диапазон измеряемых напряжений для АЦП такой конструкции совпадает с диапазоном выходных напряжений ЦАП, а разрядность равна (не превосходит) разрядности ЦАП.

Рассмотрим простейший алгоритм преобразования, который называется алгоритмом последовательного счета: пусть в начале преобразования код ЦАП равен нулю, а затем увеличивается на единицу через каждый промежуток времени  $\Delta t$  до того момента, когда сигнал на выходе компаратора не станет равен 1. При этом напряжение на входе компаратора  $IN_1$  будет линейно расти от нуля до  $U_{ВХ}$ . По достижении  $U_M > U_{ВХ}$  сработает компаратор и преобразование закончится. Код  $M$ , соответствующий этому состоянию, является результатом преобразования аналогового сигнала  $U_x$  в цифровой код. Время преобразования зависит от величины

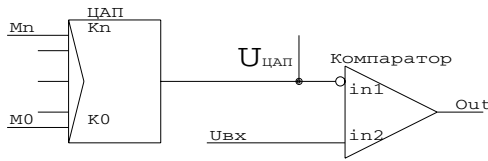


Рис. 1.4: Упрощенная схема АЦП.

измеряемого напряжения и может достигать  $(2^N - 1)\Delta t$ , где  $N$  - разрядность преобразователя.

В АЦП поразрядного уравнивания все разряды, начиная со старшего, временно устанавливаются в "1". Если соответствующее этому коду напряжение не превышает напряжения входного сигнала, то старший разряд остается в состоянии "1" в противном случае он устанавливается в "0". Затем тот же процесс повторяется для следующего по старшинству разряда и т.д., пока не будет установлен самый младший разряд. При этом время преобразования постоянно и равно  $N\Delta t$ , где  $N$  - разрядность преобразователя.

Самыми быстрыми являются параллельные АЦП. Они состоят из большого числа компараторов, каждый из которых "отвечает" за свой уровень напряжения. При этом для 8-разрядного АЦП надо 256 компараторов, а для 10-разрядного - 1024. Время преобразования параллельных АЦП практически равно времени срабатывания компаратора, то есть очень мало.

Все реальные АЦП содержат встроенные схемы, реализующие алгоритм управления АЦП и формирование результирующего кода. Управление АЦП сводится к команде "Начать преобразование ожиданию готовности и считыванию кода.

## Параметры АЦП

Вычислить входное напряжение по измеренному выходному коду можно с помощью формулы:

$$U_{\text{вх}} = K_{\text{ацп}}(M_{\text{вых}} - M_0)$$

где  $M_0$  - код, соответствующий нулевому входному напряжению.

Выходной код связан с входным напряжением соотношением:

$$M_{\text{вых}} = M_0 + U_{\text{вх}}/K_{\text{ацп}}$$

На рис.1.5 показана зависимость кода АЦП от измеряемого напряжения для идеального АЦП. Основными характеристиками АЦП являются разрядность и время преобразования. Следующей по важности характеристикой является нелинейность АЦП (в полной аналогии с ЦАП различают дифференциальную и интегральную нелинейность). Наиболее типичные АЦП имеют разрядность 10-16 и время преобразования от десятков наносекунд до нескольких миллисекунд. Как правило, чем выше разрядность АЦП, тем ниже его быстродействие. Диапазон входного напряжения АЦП без использования делителей обычно лежит в области  $-10 \dots + 10$  В.

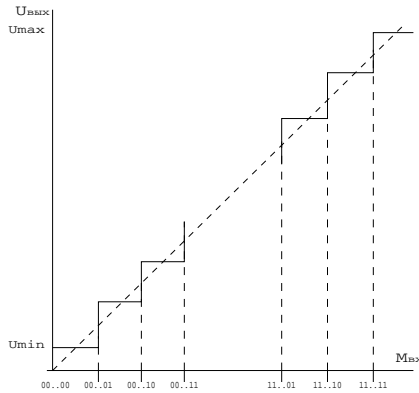


Рис. 1.5: Зависимость выходного кода от входного напряжения для идеального АЦП.

АЦП могут работать либо в однополярном (например, от 0 до +10 В), либо в bipolarном режимах, (например, от -5 В до +5 В) в зависимости от их устройства.

## 1.2 Практическая часть

### Экспериментальная установка

Экспериментальная установка для данной лабораторной работы состоит из: компьютера; модуля ЦАП и АЦП, находящегося внутри компьютера или снаружи, в виде отдельного блока; выносного блока, подключенного к модулю ЦАП и АЦП; вольтметра; блока индикации и управления, подключенного к параллельному порту компьютера.

### Программное обеспечение

Программное обеспечение лабораторной работы реализовано на основе интегрированной программной среды BARSIC. Оно позволяет выполнять задания работы: задавать и изменять входные параметры, строить графики, получать результаты измерений с помощью АЦП, задавать напряжение сложной формы на выходе ЦАП. Все эти функции реализуются через программный интерфейс, управление которым возможно с помощью клавиатуры или "мыши".

## 1.3 Контрольные вопросы

Перед выполнением работы найдите ответы на контрольные вопросы без использования компьютера или калькулятора.

1. Приведите примеры позиционных и непозиционных систем счисления.
2. Каким десятичным числам соответствуют  $10_{10}$ ,  $100_{10}$ ,  $10_2$ ,  $100_2$ ,  $1000_2$ ,  $10_{16}$ ,  $100_{16}$ ?
3. Выполните сложения:  $00100101_2 + 10011010_2$ ,  $00101101_2 + 10111010_2$
4. Выполните преобразование чисел:
  - $11111111_2$  - в десятичную систему
  - $37_{16}$  - в десятичную систему
  - $37AF_{16}$  - в двоичную систему
  - $129_{10}$  - в двоичную систему
5. Какие неотрицательные числа можно представить 10-битным двоичным числом? 12-битным двоичным числом?
6. Сколько градаций выходного напряжения можно обеспечить с помощью 4-битного ЦАП ? 10-битного ЦАП ? 16-битного ЦАП ?
7. Какие пределы выходного напряжения у однополярного 10-разрядного ЦАП с ценой младшего разряда 5 мВ? Биполярного?
8. Какова предельная точность измерений, производимых с помощью 8-битного АЦП с диапазоном измеряемых напряжений  $-5 \text{ В} \dots +5 \text{ В}$ ? 10-битного АЦП? 10-битного однополярного АЦП с диапазоном  $0 \text{ В} \dots +10 \text{ В}$ ?
9. Какие пределы входного напряжения у 12-разрядного однополярного АЦП с ценой младшего разряда 2 мВ? Биполярного?
10. Какое значение кода покажет АЦП, изображенный на рис. 1.4, если измеряемое напряжение будет больше максимального, выдаваемого ЦАП?
11. Какова должна быть минимальная разрядность АЦП для измерения напряжения в диапазоне  $-7 \text{ В} \dots +7 \text{ В}$  с точностью не хуже 0.01 В?
12. Какова будет частота сигнала цифрового генератора на основе ЦАП, если частота квантования сигнала составляет 1 кГц, а один период синусоиды формируется по 1000 точкам? По 100 точкам? По 10 точкам?
13. Какое минимально разумное число точек можно использовать для генерации одного периода синусоиды? Почему нельзя использовать одну точку? две точки?



14. Какое ориентировочно число точек на период нужно использовать, если погрешность генерации синусоиды с помощью ЦАП должна быть не хуже 5%? 1%?
15. Как при этом должна меняться частота квантования сигнала при неизменном периоде синусоиды?

## 1.4 Порядок выполнения работы

Перед выполнением работы необходимо прочесть описание и ответить преподавателю на контрольные вопросы. При выполнении лабораторной работы необходимо предварительно освоить сервис программного обеспечения.

**Замечание:** Завершение ввода в пунктах редактирования осуществляется нажатием клавиши "ENTER". Возвращение в экранную форму верхнего уровня происходит либо при нажатии на специально предназначенную для этого кнопку "Выход" либо при нажатии клавиши "ESC" на клавиатуре. Все результаты и графики сохраняются в течение сеанса работы программы. Поэтому, возвратившись в любой пункт, можно извлечь из него последнюю полученную информацию. В ходе работы о содержании каждой экранной формы можно получить краткую справку, нажав клавишу "F1". При возникновении затруднений в процессе выполнения работы следует обращаться к лаборанту или преподавателю.

### Задание 1. Преобразование чисел из одной системы счисления в другую

В Задании 1 проверяется умение правильно преобразовывать числа из одной системы счисления в другую. Данное задание содержит 6 пунктов, в которых предлагается преобразовать числа: - из двоичного кода в десятичный и обратно; - из двоичного кода в шестнадцатиричный и обратно; - из десятичного в шестнадцатиричный и обратно.

При каждом новом выборе одного из этих пунктов генератор случайных чисел задает на экране число в соответствующем коде, которое следует преобразовать. Для удобства вычислений в меню имеется строка "Калькулятор" (с контекстной подсказкой по использованию, отображаемой на экране при нажатии клавиши "F1"). Кроме того, чтобы исключить громоздкие вычисления, диапазон задаваемых значений ограничен: минимальное значение равно нулю, максимальное  $1111111_2 = 255_{10} = FF_{16}$ . Для контроля исполнения заданий около каждого пункта меню расположено поле, в котором отображается результат выполнения задания ("ОК" при правильном ответе). Помимо этого, в специальных строчках фиксируется количество удачных и неудачных попыток, а также общее количество попыток преобразования.

**Замечание:** При вводе 16-ричных чисел латинские буквы следует вводить только в верхнем регистре (т.е. заглавными); в противном случае программа укажет на неправильный ответ.

## Задание 2. Адресация внешних устройств. Порты ввода-вывода

В Задании 2 изучается обмен данными (чтение и запись) через регистры портов внешних устройств компьютера. По командам "Запись/Чтение числа в/из порта внешнего устройства"возможны, соответственно, запись в порт и чтение из порта. Номер порта задается в специальном пункте ввода. Обратите внимание, что номер регистра порта задается в 16-ричном виде, а само число - либо в десятичном, либо в 16-ричном виде. Обратите внимание на правильность номера порта, так как запись данных по случайному адресу может привести к 'зависанию' компьютера. В программе предусмотрены как побайтовые запись/чтение данных, так и использование 16-битового формата машинного слова. При однократном нажатии на поле "Режим записи"можно изменять формат записываемых данных.

Порты с номерами  $378_{16}$  и  $379_{16}$  - это порты параллельного интерфейса номер 1, часто называемого также портом принтера и обозначаемого LPT1. К разъему этого интерфейса для проведения данной работы присоединен блок индикации и управления - специальное устройство ввода-вывода, на лицевую панель которого выведены 8 световых индикаторов и 4 клавиши. Световые индикаторы отображают состояние разрядов младшего байта порта (с номером  $378_{16}$ ). Если значение соответствующего бита "0 светодиод погашен, если бит установлен в "1 светодиод горит. Индикаторы обозначены символами "D0-D7". Клавиши K1 - K4 позволяют "вручную"задавать данные, передаваемые в порт с номером  $379_{16}$ .

### 2.1. Запись числа в порт

При обращении к порту с номером  $378_{16}$  имеется возможность записать в данный порт любое десятичное число. При этом цифровые сигналы через параллельный интерфейс будут переданы в блок управления, и световые индикаторы на панели будут отображать соответствующее двоичное представление младшего байта введенного десятичного числа. Попробуйте в записи различных чисел в этот порт, зажигая различные сочетания световых индикаторов.

Ответьте на вопросы, проверьте ответы экспериментально и внесите их в отчет: а) Какое десятичное число нужно ввести, чтобы все индикаторы погасли? б) Какому значению битов числа ("0"или "1") соответствуют горящие светодиоды? в) Каково будет состояние индикаторов и почему, если в данный порт записано число  $256_{10}$ ? г) Введите десятичное число, соответствующее ситуации, когда индикаторы горят "через один"(например, все четные). Имеет ли это задание единственное решение?

### 2.2. Чтение чисел из порта

Изучите, как влияет состояние клавиш K1-K4 на содержимое порта с номером  $379_{16}$ . Прочитанное из порта значение отображается на экране в двоичном коде (для удобства ниже подписаны номера соответствующих битов), а также в 16-ричном коде. Имеется возможность прочитать из данного порта либо байт, либо целиком машинное слово.

Занесите в отчет ответы на следующие вопросы: а) Включая и выключая различные клавиши и их сочетания, определите, как изменяются данные при нажатии каждой из клавиш. Установите, какому по счету биту в регистре порта соответствует каждая из клавиш блока управления. б) Какому значению бита (0 или 1)

соответствует нажатое состояние каждой клавиши? в) Имеются ли у этого порта биты, содержание которых не зависит от состояния клавиш? г) Какое минимальное (максимальное) число может быть прочитано из младшего байта данного порта?

### **Задание 3. Исследование характеристик ЦАП**

В задании 3 изучается управление напряжением с помощью ЦАП и основные характеристики ЦАП: полярность, код нулевого уровня, коэффициент преобразования и нелинейность. Для наглядности работы к разъему выносного блока, к которому подключен модуль ЦАП/АЦП, подключен вольтметр для регистрации изменения напряжения на выходе ЦАП. Задавая различные коды записи в ЦАП в десятичном или шестнадцатиричном виде, можно проконтролировать по шкале изменение выходного напряжения в вольтах.

#### **3.1. Полярность, код нулевого уровня и разрядность ЦАП**

а) Задавая различные входные коды на ЦАП, определите, является он однополярным или биполярным, найдите также код нулевого уровня. Если код определен заведомо неправильно, на экране возникнет надпись: "Проверьте введенное значение".

б) Определите, при каких значениях входного кода при увеличении кода на 1 у ЦАП происходит скачкообразное изменение выходного сигнала. Подсказка: это происходит в области кодов, при которых достигается максимальное выходное напряжение. Объясните, почему это происходит.

в) Можно ли по этим данным определить разрядность ЦАП? Установить, является ЦАП однополярным или биполярным? Занесите результат в отчет.

#### **3.2. Коэффициент преобразования (цена младшего разряда) ЦАП**

Проведите измерения выходного напряжения ЦАП при изменении кода ЦАП в широком диапазоне. По зависимости выходного напряжения от входного кода, определите и занесите в отчет коэффициент преобразования ЦАП, выраженный в единицах Вольт/разряд. Сравните код нулевого уровня с найденным в задании 3.1

#### **3.3. Изучение нелинейности ЦАП**

Изучите нелинейность ЦАП в диапазоне малых напряжений. Используйте цифровой вольтметр с диапазоном 200 мВ. Проведите измерения выходного напряжения ЦАП для кодов, соответствующих малым напряжениям. Постройте график по таблице записанного в ЦАП кода и показаний, считанных со шкалы вольтметра. Попробуйте определить нелинейность ЦАП, используя различные участки на графике преобразования код-напряжение. Занесите результат в отчет.

#### **3.4. Цифровой генератор на основе ЦАП**

Постройте графики зависимости выходного напряжения ЦАП от времени при пошаговом изменении входного кода. В меню имеется возможность задавать начальный и конечный код, число шагов и длительность развертки по времени в единицах "задержка/шаг где под задержкой понимается временной интервал между двумя соседними значениями входных кодов, подаваемых на ЦАП, выраженный в миллисекундах. Измерения проводятся при активации пункта меню "Начать развертку по напряжению". Реальное изменение выходного напряжения можно визу-

ально проконтролировать по вольтметру. Для просмотра какого-либо фрагмента графика, на котором приведены зависимости изменения выходного напряжения ЦАП от времени, имеется возможность изменять границы отображения оси времени, задавая начальное ( $t_0$ ) и конечное ( $t_1$ ) значение в секундах. Убедитесь, что показания вольтметра соответствуют предполагаемым. При необходимости проверьте правильность определения кода нулевого уровня и младшего разряда ЦАП. Запишите в отчет наблюдаемые по вольтметру период и амплитуду колебаний.

#### **Задание 4. Исследование характеристик АЦП**

Характеристики АЦП изучаются с помощью ЦАП, параметра которого получены в предыдущем задании. АЦП преобразует величину входного электрического сигнала (напряжения) в соответствующий цифровой код в зависимости от количества разрядов (бит), используемых для такого представления. В нашем случае напряжение на вход АЦП может подаваться не от внешнего источника, а с выхода ЦАП, управляемого программно задаваемым кодом. Естественно, что при одинаковой полярности и разрядности АЦП и ЦАП при задании произвольного входного кода на ЦАП мы бы считали из АЦП идентичное значение. Однако, с помощью пункта меню Задания 4 "Задание кода на ЦАП" нетрудно убедиться, что подобного в изучаемой лабораторной установке не происходит. Следовательно, используемые в данной работе ЦАП и АЦП имеют различные характеристики. Поэтому для определения параметров АЦП требуется провести ряд дополнительных измерений.

##### **4.1. Определение полярности и разрядности АЦП**

Подавая с помощью ЦАП на вход АЦП различные значения напряжения, контролируемые по вольтметру, проведите серию измерений выходных кодов с АЦП и определите его полярность и разрядность. Если АЦП однополярный, определите, положительные или отрицательные напряжения он измеряет. Запишите результаты в отчет.

##### **4.2. Определение кода нулевого уровня и цены младшего разряда АЦП**

Определите коэффициент преобразования и код нулевого уровня АЦП. Результаты занесите в отчет.

##### **4.3. Определение погрешностей**

Определите погрешность измерения АЦП в единицах младшего разряда при одном и том же входном коде на ЦАП. Почему значения выходного кода с АЦП изменяются от измерения к измерению при одинаковом коде, подаваемом на ЦАП? Аналогично пункту 3.3. определите также нелинейность АЦП (в единицах младшего разряда) в диапазоне кодов ЦАП, соответствующем малым выходным напряжениям. Результаты занесите в отчет.

#### **Задание 5. Исследование цифрового генератора на основе ЦАП и цифрового осциллографа на основе АЦП**

В Задании 5 изучается совместная работа АЦП и ЦАП. На вход ЦАП можно подавать различные виды зависимостей входного кода от номера шага, а именно: линейную, пилообразную, меандр (прямоугольную), синусоидальную и косинусоидальную. Границы задания кода определяются в строчках меню "Минимальный

код ЦАП "Максимальный код ЦАП" и "Число шагов  $a$  для периодических зависимостей можно установить также число периодов следования. Форма этих сигналов отображается в левом окне экрана. После обращения к пункту меню "Задать развертку по напряжению" в правом окне экрана можно наблюдать форму развертки электрического сигнала по напряжению, измеренную на выходе ЦАП с помощью АЦП. Таким образом, сопоставив изображения входного и выходного сигналов в двух окнах экрана, можно судить о возможных искажениях входного сигнала после его преобразования.

Ответьте на вопросы:

- Каковы причины искажений сигнала?
- Каково происхождение ступенек на графике зависимости напряжения от времени?
- Как влияет число шагов на размер ступенек?

**Замечание.** Если результаты измерений на экране не видны, проверьте правильность найденных параметров АЦП и ЦАП.

# Лабораторная работа № 2

## Опыт Милликена

### 2.1 Теоретические сведения

#### Введение

Мысль о дискретности электрического заряда впервые была высказана Б.Франклином в 1752 г. Экспериментально дискретность зарядов была обоснована законами электролиза, открытыми М.Фарадеем в 1834 г. Числовое значение элементарного заряда (наименьшего электрического заряда, встречающегося в природе) было теоретически вычислено на основании законов электролиза с использованием числа Авогадро. Прямое экспериментальное измерение элементарного заряда было выполнено Р.Миллиkenом в классических опытах, выполненных в 1908 - 1916 гг. Эти опыты дали также неопровержимое доказательство атомизма электричества.

Согласно основным представлениям электронной теории, заряд какого-либо тела изменяется в результате изменения содержащегося в нём количества электронов (или, в некоторых явлениях, ионов, величина заряда которых кратна заряду электрона). Поэтому заряд любого тела должен изменяться скачкообразно и такими порциями, которые содержат целое число зарядов электрона.

Установив на опыте дискретный характер изменения электрического заряда, Р. Миллиken смог получить подтверждение существования электронов и определить величину заряда одного электрона (элементарный заряд), используя метод масляных капель. В основу метода положено изучение движения заряженных капелек масла в однородном электрическом поле известной напряжённости  $E$ .

#### Схема установки

Схема одной из установок Милликена приведена на рис. 2.1.

Миллиken измерял электрический заряд, сосредоточенный на отдельных маленьких каплях сферической формы, которые формировались распылителем  $P$  и приобретали электрический заряд электризацией трением о стенки распылителя. Через малое отверстие в верхней пластине плоского конденсатора  $K$  они попадали в пространство между пластинами. За движением капли наблюдали в микроскоп  $M$ .

С целью предохранения капелек от конвекционных потоков воздуха конденсатор

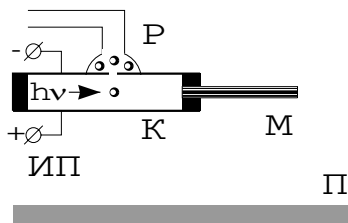


Рис. 2.1: Схема установки.  $P$  - распылитель капель,  $K$  - конденсатор, ИП - источник питания,  $M$  - микроскоп,  $h\nu$  - источник излучения,  $\Pi$  - поверхность стола.

был заключён в защитный кожух, температура и давление в котором поддерживались постоянными. При выполнении опытов требовалось соблюдать следующие условия:

1. капли должны быть микроскопических размеров, чтобы:
  - электростатическая сила, действующая на заряженную каплю, при включенном электрическом поле превышала силу тяжести
  - заряд капли, а также его изменения при облучении (использовании ионизатора) были равны достаточно малому числу элементарных зарядов. Это позволяет легче установить кратность заряда капли элементарному заряду;
2. плотность капли  $\rho$  должна быть больше плотности вязкой среды  $\rho_0$ , в которой она движется (воздуха);
3. масса капли не должна меняться в течение всего опыта. Для этого масло, из которого состоит капля, не должно испаряться (масло испаряется значительно медленнее воды).

Если пластины конденсатора не были заряжены (напряженность электрического поля  $E = 0$ ), то капля медленно падала, двигаясь от верхней пластины к нижней. Как только пластины конденсатора заряжались, в движении капли происходили изменения: в случае отрицательного заряда на капле и положительного на верхней пластине конденсатора падение капли замедлялось, и в некоторый момент времени она меняла направление движения на противоположное - начинала подниматься к верхней пластине.

## Уравнение движения капли

Зная скорость падения капли в отсутствие электростатического поля (заряд ее не играл роли) и скорость падения капли в заданном и известном электростатическом поле, Милликен мог вычислить заряд капли. Для определения заряда необходимо рассмотреть вначале движение капли в отсутствие электростатического поля (пластины не заряжены,  $E = 0$ ).

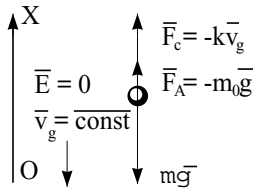


Рис. 2.2: Силы, действующие на каплю в отсутствие электростатического поля

В этом случае на каплю действуют три силы (рис. 2.2):

- сила тяжести  $mg$ ;
- архимедова сила  $\rho_0 V g = m_0 g = F_A$ ,  
где  $\rho_0$  - плотность воздуха,  $V$  - объем капли,  $\rho_0 V = m_0$  - масса воздуха, вытесненного каплей;
- сила вязкого сопротивления, выражаемая формулой Стокса  $kv = -6\pi\eta r v = F_C$ , где  $\eta$  - вязкость воздуха,  $r$  - радиус капли,  $v$  - скорость капли.

**Примечание:** Формула Стокса справедлива для шара, движущегося в газе, при условии, что радиус шара во много раз больше длины свободного пробега молекул газа. В опыте капли были столь малы, что это условие не выполнялось, и Милликен вводил в расчёты необходимые поправки. Кроме того, необходимо было учитывать, что при значительном уменьшении размеров капли, когда её радиус становится сравнимым с толщиной слоя молекул воздуха, адсорбированного на поверхности капли, эффективная плотность капли может существенно отличаться от плотности её вещества.

Запишем для случая, соответствующего рис. 2.2, второй закон Ньютона в проекции на ось  $X$ :

$$-(m - m_0)g + kv_g = -ma, \quad (2.1)$$

где  $a$  - ускорение, с которым падает капля.

Из-за вязкого сопротивления капля почти сразу после начала движения или изменения условий движения приобретает постоянную (установившуюся) скорость и движется равномерно. В силу этого  $a = 0$ , и из (2.1) можно найти скорость движения капли. Обозначим модуль установившейся скорости в отсутствие электростатического поля  $v_g$ . Тогда

$$v_g = \frac{(m - m_0)g}{k}. \quad (2.2)$$

Если замкнуть электрическую цепь конденсатора (рис. 2.1), то он зарядится и в нем создастся электростатическое поле  $E$ . При этом на заряд  $q$  (пусть он положителен) будет действовать дополнительная к перечисленным сила  $qE$ , направленная вверх (рис. 2.3).



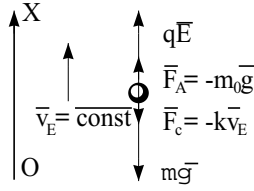


Рис. 2.3: Силы, действующие на каплю при наличии электростатического поля

Как и в случае свободного падения капли рассмотрим установившийся режим движения. Закон Ньютона в проекции на ось  $X$  и с учетом, что  $a = 0$ , примет вид:

$$-(m - m_0)g + qE + kv_E = 0 \quad (2.3)$$

Откуда

$$v_E = \frac{-qE - (m - m_0)g}{k}, \quad (2.4)$$

где  $v_E$  - установившаяся скорость масляной капли в электростатическом поле конденсатора;  $v_E > 0$ , если капля движется вверх,  $v_E < 0$ , если капля движется вниз.

Выражение (2.4) справедливо и в том случае, если электростатическая сила  $qE$  направлена вниз и, следовательно,  $qE < 0$ . Из (2.2) и (2.4) получим:

$$q = \frac{(v_E + v_g)k}{E} \quad (2.5)$$

## Определение элементарного заряда посредством вычислительного эксперимента

Из уравнения (2.5) следует, что измеряя установившиеся скорости  $v_g$  и  $v_E$  в отсутствие электростатического поля и при его наличии соответственно, можно определить заряд капли, если известен коэффициент  $k = 6\pi\eta r$ .

Казалось бы, для нахождения  $k$  достаточно измерить радиус капли (вязкость воздуха известна из других экспериментов). Однако прямое измерение этого радиуса с помощью микроскопа невозможно:  $r$  имеет порядок величины  $10^{-4} - 10^{-6}$  см, что сравнимо с длиной световой волны. Поэтому микроскоп дает лишь дифракционное изображение капли, не позволяя измерить ее действительные размеры.

Сведения о радиусе капли можно получить из экспериментальных данных о ее движении в отсутствие электростатического поля. Зная  $v_g$  и учитывая, что

$$m - m_0 = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho_0),$$

где  $\rho$  - плотность масляной капли, из (2.2) получим:

$$r = \sqrt{\frac{9\eta v_g}{2g(\rho - \rho_0)}} \quad (2.6)$$

В своих опытах Милликен изменял заряд капли, поднося кусок радия к конденсатору. При этом излучение радия ионизировало воздух в камере (рис. 2.1), в результате чего капля могла захватить дополнительно положительный или отрицательный заряд. Если до этого капля была заряжена отрицательно, то понятно, что с большей вероятностью она присоединит к себе положительные ионы. С другой стороны, не исключено присоединение отрицательных ионов. В том и другом случаях изменится заряд капли и - скачкообразно - скорость ее движения  $v'_E$ . Величина  $q'$  измененного заряда капли в соответствии с (2.5) определяется соотношением:

$$q' = \frac{(v'_E + v_g)k}{E} \quad (2.7)$$

Из (2.5) и (2.7) определяется величина присоединенного каплей заряда:

$$\Delta q = q - q' = \frac{k(v'_E - v_E)}{E} = k \frac{\Delta v_E}{E} \quad (2.8)$$

Сравнивая величины заряда одной и той же капли, можно убедиться, что величина изменения заряда и сам заряд капли являются кратными одной и той же величине  $e$  - элементарному заряду. В своих многочисленных опытах Милликен получал различные значения зарядов  $q$  и  $q'$ , но всегда они представляли кратное величины  $e \cong 1.7 \cdot 10^{-19}$  Кл, то есть  $q = ne$ , где  $n$  - целое число. Отсюда Милликен заключил, что величина  $e$  представляет наименьшее возможное в природе количество электричества, то есть "порцию или атом электричества".

Современное значение "атома" электричества  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  Кл. Эта величина и есть элементарный электрический заряд, носителями которого являются электрон, имеющий отрицательный заряд  $-e$  и протон, имеющий заряд  $e$ .

Замечание: субъядерные частицы, получившие название "кварки имеют заряды, по модулю равные  $\frac{2}{3}e$  и  $\frac{1}{3}e$ . Так что квантом электрического заряда следует считать  $\frac{1}{3}e$ . Но в атомных и молекулярных процессах все заряды кратны  $e$ .

Наблюдение за движением одной и той же капли, т.е. за её перемещением вниз (в отсутствие электрического поля) и вверх (при наличии электрического поля) в каждом опыте Милликен повторял многократно, своевременно включая и выключая электрическое поле. Точность измерения заряда капли существенно зависит от точности измерения скорости её движения.

В компьютерном эксперименте имитируются все те действия, которые производил Милликен в своих классических опытах. На выбор подходящего значения электрического поля и проведение измерений скорости капли у вас будет примерно столько же времени, сколько было у Милликена. Это поможет вам почувствовать атмосферу великого физического эксперимента и лучше запомнить его основные особенности. Проведя обработку ваших "экспериментальных" результатов по формулам (2.5) и (2.8), вы получите дискретный ряд значений  $q$  и  $\Delta q$  и "определите" заряд электрона.

Нельзя, однако, думать, что с помощью компьютерного эксперимента вы действительно измерили (или, еще пуще, вычислили) заряд электрона. Значение  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  Кл заложено в программу, по которой работает компьютер, и вы лишь воспроизводите это число, проведя необходимые измерения с изображением

капли, движущейся по экрану дисплея. На самом деле определить заряд электрона можно только в реальном физическом эксперименте. Компьютерный эксперимент не заменяет реального, а только позволяет лучше понять его суть.

## 2.2 Контрольные вопросы

1. Какие силы действуют на каплю в опыте Милликена?
2. Почему движение капли во время наблюдения можно считать равномерным?
3. Почему величина установившейся скорости капли при облучении меняется на конкретную величину?
4. Почему при облучении капля может захватить заряд того же знака, что и ее собственный заряд, ведь одноименные заряды отталкиваются? Зависит ли частота захвата каплей одноименного заряда от температуры, от заряда капли, от заряда захватываемого иона?
5. Каков физический смысл вязкости  $\eta$ ? Из какого физического закона можно получить ее размерность?
6. Почему нельзя измерить радиус капли непосредственно с помощью микроскопа?
7. Формула Стокса  $F = 6\pi\eta r v$  неприменима, если радиус капли меньше длины свободного пробега молекул  $\lambda$ . Оцените длину свободного пробега при атмосферном давлении и комнатной температуре. После вычисления радиуса капли по экспериментальным данным оцените, выполняется ли условие, что радиус капли  $r \gg \lambda$  (то есть применима формула Стокса и допустима обработка данных по формулам 2.5 и 2.8).
8. Объясните, как определить элементарный заряд на основе данных эксперимента.
9. Почему опыт Милликена свидетельствует об атомизме электричества?
10. Выберите систему единиц для обработки полученных данных и пересчитайте все значения необходимых констант в данной системе.

## 2.3 Компьютерный эксперимент

После запуска программы на экране возникает изображение камеры между пластинами конденсатора (рис. 2.4).

При нажатии на кнопку "**Впрыск**" компьютер переходит к имитации эксперимента Милликена. С верхней пластины начинает "падать капля масла". Поскольку в реальном эксперименте капли имеют очень маленький размер, то с помощью микроскопа можно наблюдать их дифракционное, а не реальное изображение. Тем

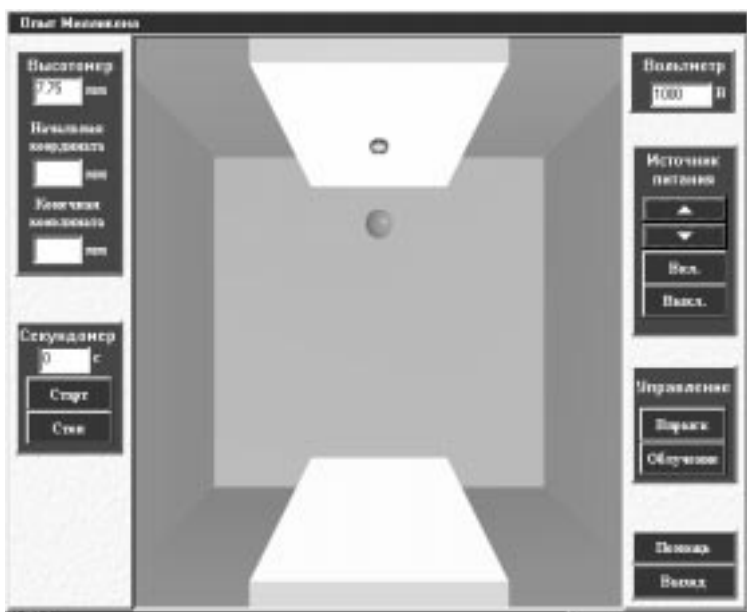


Рис. 2.4: Камера между пластинами конденсатора

не менее, в опыте можно фиксировать изменение положения капли с течением времени. Компьютер задает радиус и заряд капли случайным образом, при этом начальный заряд капли всегда отрицателен.

Для измерения скорости капли служат секундомер и высотометр, которые вы можете наблюдать на экране монитора. При включении секундомера фиксируется начальная координата капли, а при его выключении - конечная. Обратите внимание, что нажатие на кнопку "Стоп" секундомера не приводит к прекращению движения капли. Измеряя скорость движения капли  $v_g$  в отсутствие электрического поля, по формуле (2.6) находят радиус капли.

Для того, чтобы реализовать движение капли в постоянном электростатическом поле, вам необходимо подать на конденсатор напряжение (положительный потенциал всегда на верхней пластине). В зависимости от размера и заряда капли требуется различное напряжение, для чего служит источник питания. Он предоставляет вам следующие возможности:

1. включить напряжение, нажав кнопку "Вкл"
2. выключить напряжение, нажав кнопку "Выкл"
3. изменить напряжение с шагом 100 В, нажав кнопку "∧" или "∨".

Напряжение на конденсаторе отражается на шкале вольтметра, изображенном в ряду с источником питания. Интервал изменения напряжения 1000 - 4000 В.

Сразу после начала падения данной капли напряжение на конденсаторе равно нулю. Если вы нажмете на кнопку "Вкл напряжение на конденсаторе установится скачком и станет равным 1000 В. Это минимальное напряжение, которое Вы можете подать на конденсатор. Можно пошагово изменять напряжение в диапазоне 1000 - 4000 В путем многократных нажатий на клавиши "∧" или "∨". Заметим, что с помощью клавиш можно менять напряжение только тогда, когда на конденсатор уже подано напряжение.

Резко отключить напряжение можно нажатием кнопки "Выкл". Если после этого вновь нажать на кнопку "Вкл то на конденсатор будет подано уже не 1000 В, а то напряжение, которое было на конденсаторе в момент нажатия кнопки "Выкл". Это очень упрощает управление движением капли.

Например, пусть капля падает вниз со скоростью  $v_g$  (напряжение на вольтметре - 0 В). Когда она приближается к нижней пластине, вы включаете напряжение и устанавливаете, скажем, 2500В, в результате чего капля движется вверх с приемлемой для вас скоростью  $v_E$ . Когда она приближается к верхней пластине, вы отключаете напряжение, и капля вновь движется вниз со скоростью  $v_g$ . Когда капля у нижней пластины, вы нажимаете "Вкл и вольтметр вновь показывает 2500В, в результате чего капля движется вверх с той же скоростью  $v_E$ .

Для получения приемлемых по точности значений  $v_g$  и  $v_E$  необходимо провести с одной и той же каплей при одних и тех же условиях 5-6 измерений длины пути и времени его прохождения. При движении капли вниз измеряют  $v_g$ , при движении вверх -  $v_E$ . Прогнав каплю вверх-вниз 5-6 раз и усреднив результаты этих измерений, получают окончательные значения  $v_g$  и  $v_E$ .

Если вы нажмете на кнопку "Облучение то включите ионизирующую радиацию. При этом капля может захватить дополнительный положительный или отрицательный заряд, и ее скорость (при неизменном значении  $E$ ) скачком изменится. Измеряйте новое значение  $v'_E$ , не изменяя  $E$ . Тогда, применяя формулу (2.8), вы найдете, какой заряд захватила капля (новое значение вновь ищите как среднее по 5-6 измерениям).

Если после облучения капля уменьшила свой заряд настолько, что поле не может заставить ее двигаться вверх, увеличьте напряжение, и обработку результатов проводите с использованием формулы (2.7), а не (2.8).

Облучите одну и ту же каплю 2-3 раза. При этом постарайтесь не уронить ее на пластины конденсатора. Если вы не успеете вовремя включить и отключить поле (или не сумеете подобрать подходящее его значение), и капля упадет на нижнюю или верхнюю пластины, эксперимент с этой каплей заканчивается. Компьютер просит отключить напряжение и вводит в камеру новую каплю (с новым радиусом и зарядом).

Падение капли может произойти не только вследствие вашей нерасторопности. Например, при облучении капля может полностью потерять свой заряд. Тогда никакое поле не предотвратит ее падения. Обидно, конечно, когда эксперимент прерывается не по вашей вине, но такие же "неприятности" были и у Милликена.

Не следует задавать такие значения напряжения, при которых капля движется слишком быстро, так как при этом возрастает относительная ошибка в измерении времени. Приемлемыми являются такие скорости капли, при которых расстояние в

5 мм она проходит за 10-50 с (время измеряется по секундомеру на экране дисплея). Если капля движется медленнее, время эксперимента станет слишком велико.

## 2.4 Порядок выполнения работы

1. Измерьте  $v_g$  и  $v_E$  для некоторой капли (5-6 раз).
2. Облучите ту же самую каплю и вновь измерьте ее  $v_g$  и  $v'_E$  (5-6 раз).
3. Уроните эту каплю на одну из пластин. Компьютер введет в камеру новую каплю. Измените напряжение на обкладках конденсатора. Повторите опыт.
4. При наличии времени повторите измерения, изменив напряжения на обкладках конденсатора еще раз.

## 2.5 Обработка результатов

Отчет по работе должен содержать:

1. Схему установки
2. Используемые формулы и необходимые константы
3. Таблицу с результатами измерений
4. Результаты ваших расчетов

В таблице результатов необходимо отразить:

- $X_1$  и  $X_2$  - координаты капли в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ ;
- $\Delta X = X_2 - X_1$  - путь капли;
- $\Delta t = t_2 - t_1$  - время прохождения, фиксируемое секундомером;
- $v_g$  и  $v_E$  - скорости капли;
- $U$  - напряжение на обкладках конденсатора;
- $E$  - напряженность поля конденсатора;

**Пример таблицы результатов.**

Необлученная капля.  $E = \dots U = \dots$

$X_1$	$X_2$	$\Delta X$	$\Delta t$	$v_g$	$v_E$
...	...	...	...	...	...

Облученная капля.  $E = \dots U = \dots$

$X_1$	$X_2$	$\Delta X$	$\Delta t$	$v_g$	$v_E$
...	...	...	...	...	...

Проведя обработку результатов по формулам (2.5)-(2.8), определите:

- радиус  $r$  и коэффициент  $k$  для каждой капли;
- заряд каждой капли  $q$ ;
- изменение заряда капли при облучении  $\Delta q$ .

При проведении расчетов в качестве значений параметров используйте значения, характерные для опыта Милликена.

- Вязкость воздуха  $\eta = 1.82 \cdot 10^{-4}$  Пуаз - при температуре  $21^\circ C$  и давлении 760 мм рт. ст.  
1 Пуаз =  $1 \text{ г/см} \cdot \text{с}$  - это вязкость, при которой сила в 1 дину, сдвигающая один слой воздуха относительно другого, вызывает градиент скорости в  $1 \text{ с}^{-1}$ , то есть скорости слоев воздуха, разделенных промежутком в 1 см, различаются на  $1 \text{ см/с}$ .
- Плотность масла  $\rho = 893 \text{ кг/м}^3 = 0.893 \text{ г/см}^3$ .
- Плотность воздуха  $\rho_0 = 1.21 \text{ кг/м}^3 = 0.0012 \text{ г/см}^3$  - при температуре  $21^\circ C$  и давлении 760 мм рт.ст.
- Расстояние между пластинами плоского конденсатора  $d = 10 \text{ мм}$ .

По полученным значениям заряда отдельных капель определите величину элементарного заряда и проведите статистическую обработку результатов измерений.

Во время расчетов обратите особое внимание на правильность размерности величин: ошибки в размерностях могут вызвать отличие результатов от правильных на порядки!

# Лабораторная работа № 3

## Исследование характеристик ФЭУ в режиме счета фотонов

### 3.1 Теоретическая часть

#### Физические основы работы ФЭУ, его конструкция и характеристики

Фотоэлектронный умножитель (ФЭУ) представляет собой электровакуумный прибор, в котором излучение ультрафиолетовой, видимой или инфракрасной областей оптического спектра преобразуется в электрический сигнал. Принципы действия ФЭУ основаны на явлениях внешнего фотоэффекта и вторичной электронной эмиссии.

#### Внешний фотоэффект

При внешнем фотоэффекте падающий на поверхность тела лучистый поток энергии вызывает эмиссию электронов. Согласно закону Эйнштейна, энергия выбиваемых электронов зависит от соотношения частоты падающего излучения и работы выхода электрона из твердого тела:

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - A \quad (3.1)$$

Эту формулу можно переписать в виде

$$\frac{mv^2}{2} = h(\nu - \nu_{\text{кр}}), \quad \nu_{\text{кр}} = \frac{A}{h} \quad (3.2)$$

где  $m$  и  $v$  - масса и скорость электрона,  $h$  - постоянная Планка,  $\nu$  - частота фотона,  $A$  - работа выхода электронов из тела. Минимальную частоту падающих квантов света  $\nu_{\text{кр}}$ , при которой эмиссия электронов еще возможна, принято называть длинноволновой или "красной" границей фотоэффекта.

Значение работы выхода  $A$  зависит от материала катода. Из 3.2 следует, что чем меньше  $A$ , тем дальше в область низких частот может работать ФЭУ. Наименьшее значение работы выхода удается получить при включении в материал катода щелочных или щелочноземельных металлов.



Если между облучаемым электродом (фотокатодом) и собирающим электродом (анодом) отсутствует разность потенциалов, выбитые квантами света фотоэлектроны вернутся на фотокатод. Под действием электрического поля, создающего положительную разность потенциалов анода относительно фотокатода, эмитированные с фотокатода электроны начнут двигаться к аноду и создадут ток во внешней цепи.

### Основные элементы конструкции ФЭУ

Простейшим оптическим преобразователем является фотоэлемент, который содержит два электрода, катод и анод. В ФЭУ, в отличие от фотоэлемента, между катодом и анодом располагают несколько промежуточных электродов - динодов. Электроны, эмитированные из фотокатода, последовательно проходят через все диноды, выбивая из них новые электроны, и только после этого попадают на анод. Общая разность потенциалов между фотокатодом и анодом распределяется с помощью делителя напряжений таким образом, чтобы электрическое поле ускоряло электроны от предыдущего динода к последующему, увеличивая общий поток электронов за счет вторичной электронной эмиссии. Отношение числа электронов, испускаемых динодом, к падающим на него, называется коэффициентом вторичной эмиссии. Значение коэффициента вторичной эмиссии сильно зависит от материала и конструкции динодов, энергии и угла падения потока первичных электронов, состояния и температуры поверхности и т.д. Схематически устройство ФЭУ изображено на рис. 3.1. Система электродов, состоящая из 1 - фотокатода, 2 - динодов, 3 - анода,

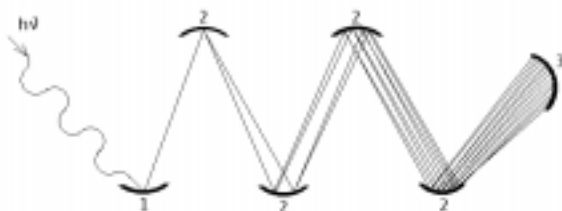


Рис. 3.1: Схематическое устройство ФЭУ (1 - катод, 2 - диноды, 3 - анод).

3 - анода, помещается в вакуумированную стеклянную колбу. На практике общее количество электродов, применяемых в конструкции ФЭУ, как правило, меняется в пределах от 8 до 14.

### Основные характеристики фотокатода

Поскольку эмитированные с фотокатода электроны распределены по скоростям и углам, необходима их фокусировка. Это достигается с помощью системы электростатических линз, роль которых выполняют сами электроды. Фрагмент конструкции ФЭУ, состоящий из двух электродов, через которые проходит поток электронов, называется усилительным каскадом.

Пространство между фотокатодом и первым динодом называется входной камерой. Качество электронно-оптической системы входной камеры характеризуется коэффициентом сбора электронов  $\gamma'$ . Из-за неидеальности конструкции на каждом каскаде динодной системы всегда происходит небольшое рассеяние электронов. Часть рассеянных электронов попадает на стенки колбы ФЭУ, на нерабочие участки динодов или может вообще миновать некоторые диноды.

В целом, эти процессы приводят к уменьшению результирующего потока, поэтому одна из основных конструктивных задач состоит в том, чтобы подобрать форму и взаимное расположение динодов так, чтобы собрать и сфокусировать на динодах максимальное число вторичных электронов.

В качестве характеристики эффективности сбора электронов на  $j$ -ом каскаде динодной системы вводится коэффициент сбора вторичных электронов  $\gamma_j$ , который для некоторых конструкций ФЭУ может достигать предельных значений 0.7 – 0.9, что обеспечивает достаточно высокое усиление. Число электронов, попадающих на анод ФЭУ за 1 секунду, равно

$$N_m = N\gamma' \prod_{j=1}^m k_j \gamma_j, \quad (3.3)$$

где  $N$  - число электронов, эмитируемых в единицу времени фотокатодом,  $k_j$  - коэффициент вторичной эмиссии  $j$ -го динода,  $\gamma'$ ,  $\gamma_j$  - коэффициенты сбора входной камеры и  $j$ -го каскада, соответственно.

Выражение  $M = \prod_{j=1}^m k_j \gamma_j$  называют коэффициентом усиления ФЭУ.

Для современных ФЭУ при среднем коэффициенте вторичной эмиссии  $k \approx 4$  и числе каскадов  $m = 12$  коэффициент усиления  $M$  составляет  $\approx 10^7$ .

К числу основных характеристик фотокатода относятся коэффициент усиления в районе плато счетной характеристики (см. рис.3.2), частотная зависимость коэффициента пропорциональности между освещенностью фотокатода и фототоком (спектральная чувствительность) и величина термоэлектронного тока. Кроме того, важной характеристикой является время службы "на отказ как все электровакуумные приборы, ФЭУ недолговечны, и это время обычно составляет не более нескольких тысяч часов. В качестве фотокатода обычно применяются сложные структуры: подложка - промежуточный слой - щелочной металл.

Используемый в лабораторной установке ФЭУ-79 имеет сурьмяно-цезиевый фотокатод, у которого красная граница фотоэффекта  $\lambda_{кр} = 900$  нм, максимальная спектральная чувствительность 265 мкА/лм в пределах  $\lambda = 400 - 500$  нм, плотность тока термоэмиссии  $10^{-15}$  А/см.

## Источники темнового тока

При подаче напряжения питания на ФЭУ даже в отсутствие засветки фотокатода в анодной цепи наблюдается ток, называемый темновым. Величина темнового тока может быть понижена за счет оптимизации конструкции и совершенствования технологии изготовления ФЭУ, а также правильного выбора напряжения питания. Однако полностью исключить влияние темнового тока на практике не удастся.

При работе с малыми световыми потоками исследование величины и природы возникновения темнового тока чрезвычайно важно для определения пороговой чувствительности ФЭУ, т.е. такой интенсивности падающего света, при которой еще возможна достоверная регистрация фотоэлектронов на аноде.

Основными источниками темнового тока являются:

- Термоэлектронная эмиссия фотокатода и динодов.
- Ток утечки в анодной цепи.
- Автоэлектронная эмиссия электродов.
- Ток ионной и оптической обратной связи.

Наиболее существенный вклад в темновой ток обычно вносит термоэлектронная эмиссия. Несмотря на то, что плотность термоэлектронного тока для фотокатодов при комнатной температуре мала, ток термоэмиссии в анодной цепи после усиления на динодах может достигать довольно больших значений (до 1 мкА).

Ток утечки ФЭУ обусловлен конечной величиной сопротивления изоляции между вводами электродов и стеклянным цоколем и обычно составляет порядка  $10^{-7}$  А.

В местах наибольшего сближения электродов, а также на острых краях динодов сильное электрическое поле вызывает автоэмиссию, которая увеличивает темновой ток и ухудшает стабильность работы ФЭУ.

При увеличении рабочего напряжения кинетическая энергия "разогнавшегося" электрона становится достаточной для ионизации оставшихся молекул воздуха в баллоне ФЭУ, что приводит к развитию газоразрядных процессов, создающих как ток обратной связи (т.е. поток положительных ионов к катоду), так и дополнительный ток отрицательных зарядов к аноду.

В целом, величина темнового тока индивидуальна для каждого экземпляра ФЭУ, но при этом определяется его рабочим напряжением. При низких напряжениях основной вклад в величину темнового тока дают токи утечки, при высоких напряжениях - автоэлектронная эмиссия и токи обратной связи. Для автоэлектронной эмиссии характерно экспоненциальное возрастание тока при увеличении напряжения на ФЭУ. В рабочей области ФЭУ темновой ток определяется термоэмиссией, причем зависимость фототока и темнового тока от напряжения имеет одинаковую крутизну.

Величины фототока и темнового тока в ФЭУ претерпевают статистические флуктуации около некоторого среднего значения. Они являются источником собственных шумов ФЭУ, которые называются дробовым шумом, хорошо известным в радиотехнике. Дробовой шум анодного тока определяет минимальную величину светового потока, который может быть зарегистрирован.

# Характеристики ФЭУ, работающего в режиме счета фотонов

## Режим счета отдельных фотонов

Сигнал на выходе ФЭУ можно представить случайным импульсным процессом:

$$i(t) = \sum_j eM_j\delta(t - t_j), \quad (3.4)$$

где суммирование идет по всем импульсам анодного тока,  $j$  - номер импульса,  $M_j$  - число электронов в  $j$  - ом импульсе,  $\delta(t - t_j)$  - функция, описывающая временную форму импульса,  $i(t)$  - значение выходного тока в момент времени  $t$ ,  $e$  - заряд электрона,.

Даже в том случае, если регистрируемое излучение представляет собой поток квантов, разделенных равными промежутками времени, имеет место случайный характер  $i(t)$ . Причиной наблюдаемых статистических флуктуации выходного тока является случайный характер актов фотоэмиссии катода и процесса умножения в диодной системе.

Особый интерес представляет возможность измерения с помощью ФЭУ слабых световых потоков. Благодаря большому коэффициенту усиления ФЭУ, в его анодной цепи можно регистрировать импульсы тока, образующиеся при выходе с фотокатода единичных электронов. В дальнейшем будем считать, что каждый приходящий на анод импульс обусловлен одним первичным электроном, вылетевшим (или выбитым) из катода.

Существует два основных режима регистрации фотонов.

Первый режим является интегральным, он основан на измерении постоянной составляющей выходного тока ФЭУ, усредненной за интервал времени, равный по величине постоянной времени выходной RC-цепочки ФЭУ (так называемый метод среднего тока).

Вторым, более чувствительным и быстродействующим, является способ измерения в режиме счета фотонов (или одноэлектронный метод), основанный на определении количества появляющихся на выходе ФЭУ одноэлектронных импульсов в течение заданного промежутка времени. При одноэлектронном режиме работы интервалы времени между анодными импульсами должны значительно превосходить их длительность. Иными словами, вероятность наложения анодных импульсов пренебрежимо мала. Если в методе среднего тока происходит усреднение амплитуд всех импульсов, приходящих на анод за время интегрирования сигнала, то метод счета фотонов основан на различении по амплитудам статистически распределенных выходных импульсов тока.

При применении ФЭУ в режиме счета фотонов его возможности оцениваются следующими характеристиками:

- Амплитудным распределением шумовых импульсов.
- Счетной характеристикой шумовых импульсов.
- Стабильностью уровня шумов во времени.

Рассмотрим эти характеристики подробнее.

## Амплитудное распределение импульсов темнового тока

В данной работе исследуется амплитудное распределение темновых импульсов анодного тока ФЭУ, защищенного от внешней подсветки. При регистрации слабого светового излучения выходные импульсы, создаваемые отдельными фотонами, практически не отличаются от импульсов собственного шума ФЭУ (обоснуйте сами, почему).

Импульсы анодного тока, вызванные одиночными электронами с фото катода, флуктуируют по амплитуде из-за статистического характера процессов термо-, фото- и вторичной электронной эмиссии. Изучение реакции диодной системы на воздействие одиночных электронов с катода позволяет ввести статистические модели описания процесса умножения электронов.

Выходное распределение одноэлектронных импульсов темнового тока идеально ФЭУ по амплитуде описывается формулой Пуассона:

$$P(k) = \frac{\bar{k}^k}{k!} e^{-\bar{k}} \quad (3.5)$$

где  $P(k)$  - вероятность выбивания  $k$  вторичных электронов,  $\bar{k}$  - среднее число выбитых с диода электронов на один первичный электрон (средний коэффициент вторичной эмиссии).

Распределение такого типа обладает хорошо выраженным максимумом, а среднеквадратичная флуктуация числа выбитых электронов составляет

$$\sigma = \sqrt{\bar{k}}, \quad \text{при} \quad \bar{k}_1 = \bar{k}_2 = \dots = \bar{k}_N = \bar{k} \quad , \quad (3.6)$$

где 1, 2, ...,  $N$  - номера диодов.

Максимум на кривой амплитудного распределения соответствует наиболее вероятному значению амплитуды шумовых импульсов, пришедших на анод. Это значение характеризует так называемый одноэлектронный максимум амплитудного распределения, т.е. наиболее вероятную амплитуду выходного импульса ФЭУ, получившегося после усиления тока от одного электрона, выбитого с катода.

Одноэлектронное распределение выходных импульсов ФЭУ, создаваемое умноженными на диодной системе термоэлектронами с катода, может искажаться процессами, создающими шум в том же диапазоне амплитуд. К ним в первую очередь относятся термоэмиссия с первых диодов, а также газоразрядные явления и автоэлектронная эмиссия. Развитие газоразрядных явлений в основном искажает распределение в области больших амплитуд, а термоэмиссия с диодов - в области малых. Для автоэлектронной эмиссии характерно экспоненциальное убывание числа выходных импульсов при увеличении их амплитуды. Поэтому при значительной автоэлектронной эмиссии амплитудное распределение импульсов совершенно искажается и имеет вид экспоненты: вероятность  $P$  появления импульса амплитуды  $A$  равна:

$$P(A) = e^{-\xi A} \quad , \quad (3.7)$$

где  $\xi = const$ .

Кроме импульсов, порожденных одиночными электронами со входа ФЭУ, на выходе ФЭУ возникают импульсы меньшей амплитуды. Они связаны с различными

источниками шума. Для того, чтобы отсеять эти шумы, устанавливают порог дискриминации - учитывают только импульсы с амплитудой больше этого порога.

### Счетная характеристика ФЭУ

Зависимость частоты зарегистрированных импульсов на выходе ФЭУ от напряжения питания (при фиксированном пороге дискриминации импульсов по амплитуде) называется счетной характеристикой. Для большинства ФЭУ счетная характеристика имеет вид, сходный с приведенным на рис. 3.2.

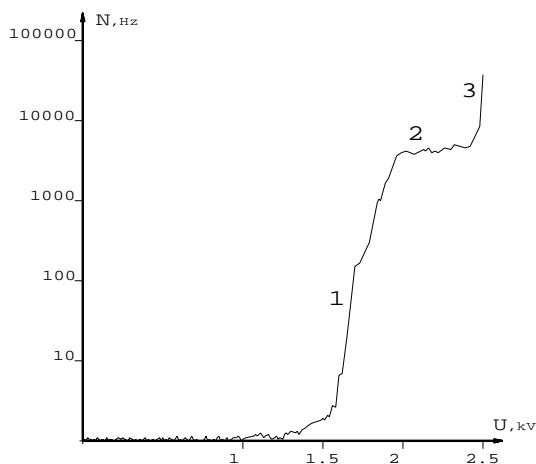


Рис. 3.2: Счетная характеристика ФЭУ

В области малых напряжений (рост, участок 1) наблюдается недостаточное усиление для регистрации каждого электрона, выбитого из катода ФЭУ, так что часть электронов теряется на пути к аноду. Затем на счетной характеристике возникает область насыщения (плато, участок 2), соответствующая случаю регистрации каждого из вылетевших с катода электронов. Это область рабочих напряжений ФЭУ, обеспечивающая наилучшую точность измерений. При дальнейшем увеличении напряжения питания (повторный рост, участок 3) начинают развиваться газоразрядные процессы.

Некоторый наклон плато может объясняться регистрацией части электронов термоэлектронного происхождения с первых динодов. Чем шире плато, и чем меньше его наклон, тем более качественным, при прочих равных условиях, является ФЭУ. В том случае, если газоразрядные процессы наступают раньше, чем достигается плато, участок 2 на счетной характеристике может отсутствовать. В этом

случае ФЭУ не может использоваться для сколько-нибудь точных измерений.

Счетная характеристика, являющаяся индивидуальной для каждого конкретного экземпляра ФЭУ, позволяет выбирать рабочее напряжение, обеспечивающее оптимальные условия для работы ФЭУ как в режиме счета отдельных импульсов, так и в интегральном режиме. Очевидно, что самым надежным и удобным участком является плато счетной характеристики. Каждому участку счетной характеристики соответствует своя форма амплитудного распределения: пуассоновская для участка 2, и искаженная для участка 1.

Газоразрядные явления, термо- и автоэлектронная эмиссия с динодов, искажая одноэлектронное распределение выходных импульсов, влияют на вид счетной характеристики. Подбирая напряжение дискриминации, можно добиться получения счетной характеристики с плато или улучшить его параметры. Таким образом, наличие на счетной характеристике плато свидетельствует о минимизации вклада явлений, создающих шумовые импульсы с амплитудой, отличающейся от одноэлектронной.

Для большинства ФЭУ одноэлектронная компонента шумов относительно мала по интенсивности. Для исследования амплитудного распределения одноэлектронных импульсов можно использовать также слабую световую подсветку фотокатода. При этом для работы в одноэлектронном режиме необходимо выполнить следующие условия:

1. энергия кванта не должна превышать удвоенного значения работы выхода;
2. падающие световые кванты должны быть статистически независимы.

Статистический характер эмиссионных процессов в ФЭУ проявляется как в виде флуктуации амплитуды выходных импульсов, так и в виде флуктуации числа импульсов, регистрируемых в единицу времени, т.е. скорости счета. В теории показано, что при достаточно большом времени измерения  $t$  (точнее, при выполнении условия  $t \gg \tau_{\text{КОГ}}$ , где  $\tau_{\text{КОГ}}$  - время когерентности излучения) вероятность появления " $k$ " фотоэлектронов за время  $T$  определяется распределением Пуассона.

При наличии подсветки скорость счета сигнала в единицу времени определяют из соотношения:

$$n_c = (n_c + n_T) - n_T \quad (3.8)$$

где  $n_c + n_T$  - общее число измеренных импульсов в единицу времени,  $n_T$  - число темновых и  $n_c$  - число "световых" импульсов в единицу времени. Как известно, дисперсия случайной величины в распределении Пуассона равна среднему значению этой величины:

$$\sigma^2(n_c) = \overline{(\Delta n)^2} = \bar{n} \quad (3.9)$$

Определим дисперсию и среднеквадратичное отклонение скорости счета сигнала. Поскольку дисперсия разности двух независимых событий равна сумме их дисперсий, имеем:

$$\sigma^2(n_c) = \sigma^2(n_c + n_T) + \sigma^2(n_T) = \bar{n}_c + 2\bar{n}_T, \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2(n_c)} = \sqrt{\bar{n}_c + 2\bar{n}_T} \quad (3.10)$$

За время измерения  $t$  полное число зарегистрированных импульсов  $N = nt$ . Отношение сигнал/шум определяется отношением числа сосчитанных импульсов  $N$  к среднеквадратичной флуктуации этой величины:

$$\rho = \frac{\bar{n}_c t}{\sqrt{(\bar{n}_c + 2\bar{n}_T)t}} = \frac{\bar{n}_c}{\sqrt{\bar{n}_c + 2\bar{n}_T}} \sqrt{t} \quad (3.11)$$

Видно, что для увеличения отношения сигнал/шум необходимо стремиться к уменьшению числа темновых импульсов и увеличивать время измерения.

## 3.2 Лабораторная установка

Лабораторная установка для исследования характеристик ФЭУ представляет собой автоматизированный комплекс, разработанный на основе модульной электроники стандарта КАМАК. Комплекс содержит корзину (крейт) с контроллером крейта (КК) и источниками питания 6 В, 12 В, 24 В, а также набор специализированных функциональных модулей: двоично-десятичного счетчика СчИ, таймера, преобразователей АЦП типа АДС712, двухканального ЦАП типа 2ЦАП10 (в него входят ЦАП1 и ЦАП2), предварительного усилителя-формирователя (ПУФ) и амплитудного дискриминатора (АД), а также находящегося вне крейта блока высоковольтного напряжения БВН типа БВН-3, предназначенного для питания ФЭУ. Специализированные блоки соединены магистралью КАМАК. Управление комплексом реализовано на базе персонального компьютера (ПК). Обмен данными между модулями КАМАК, датчиками, приборами и оборудованием осуществляется под управлением контроллера КК. Связь между ПК и блоками также осуществляется с помощью контроллера, определяющего очередность выполнения задач блоками, и передающего собранные ими данные компьютеру. Функциональная схема установки приведена на рис.3.3

Импульсы тока на выходе ФЭУ имеют амплитуду 1-10 нА и длительность 10-50 нс, поэтому для их регистрации необходим предварительный усилитель-формирователь. Задача усилителя - сформировать на выходе импульсы напряжения амплитудой 0-10 В и длительностью несколько мкс. Для регистрации импульсов с амплитудой выше заданной используют амплитудный дискриминатор, который не пропускает импульсы с амплитудой ниже заданной, а остальные пропускает без изменения. Порог срабатывания дискриминатора определяется внешним напряжением, сформированным цифро-аналоговым преобразователем ЦАП1. Так как в режиме счета фотонов именно число импульсов в единицу времени характеризует световой поток, то к выходу амплитудного дискриминатора необходимо подключить частотомер. Частотомер строится по стандартной схеме с использованием модулей таймера и счетчика. Таймер задает интервал времени, в течение



которого счетчик считает число импульсов ФЭУ. Для измерения амплитуды импульсов служит модуль аналого-цифрового преобразователя (АЦП). Высокое напряжение на ФЭУ создается с помощью блока высокого напряжения БВН, который управляется вторым каналом цифро-аналогового преобразователя (ЦАП2).

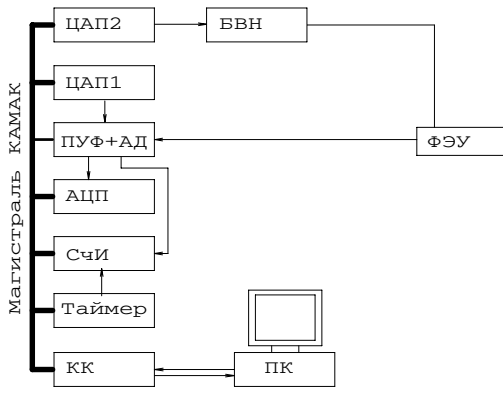


Рис. 3.3: Функциональная схема экспериментальной установки.

### 3.3 Задания

#### Измерение счетной характеристики

Программа автоматизированных измерений позволяет задать время измерения, значение порогового напряжения амплитудного дискриминатора, начальное и конечное значения и шаг изменения напряжения питания ФЭУ. После запуска измерений напряжение питания устанавливается равным начальному значению. Допускается регистрация семейства счетных характеристик для разных значений порогового напряжения.

#### Измерение интегрального амплитудного распределения

С помощью управляющей программы можно задать время измерения, начальное и конечное значения и шаг изменения порогового напряжения амплитудного дискриминатора, значение напряжения питания ФЭУ. После запуска измерений пороговое напряжение амплитудного дискриминатора устанавливается равным начальному значению. Программа позволяет зарегистрировать семейство кривых интегрального амплитудного распределения для разных значений напряжения питания ФЭУ.

#### Измерение дифференциального амплитудного распределения

С помощью программы можно задать значение порогового напряжения для амплитудного дискриминатора, значение напряжения питания ФЭУ, начальный и конеч-

ный номер канала анализатора. Программа позволяет зарегистрировать несколько гистограмм дифференциального амплитудного распределения для разных значений напряжений питания ФЭУ или порогового напряжения.

### Гистограмма частоты следования импульсов ФЭУ

Алгоритм построения гистограммы совпадает с алгоритмом работы амплитудного анализатора с учетом того, что код (номер канала) соответствует не амплитуде, а частоте импульсов ФЭУ. С помощью программы можно задать время измерения, значение порогового напряжения амплитудного дискриминатора, напряжение питания ФЭУ, начальный и конечный номер канала анализатора. Программа позволяет снять несколько счетных характеристик (гистограмм частотного распределения импульсов) ФЭУ для разных значений напряжений питания или порогового напряжения.

## 3.4 Контрольные вопросы

1. Каковы физические принципы работы ФЭУ? Что такое "красная" граница фотоэффекта?
2. Назовите основные элементы конструкции ФЭУ.
3. Назовите основные режимы работы ФЭУ.
4. Что такое темновой ток ФЭУ и каковы его основные источники?
5. Какой теоретической зависимостью описывается амплитудное распределение импульсов темнового тока?
6. Что такое счетная характеристика ФЭУ? Как нужно выбирать рабочую точку на счетной характеристике?
7. Нарисуйте функциональную схему экспериментальной установки для исследования характеристик ФЭУ и объясните назначение отдельных элементов схемы.

## 3.5 Порядок выполнения работы

1. Ознакомьтесь с установкой и режимами регистрации характеристик ФЭУ, предлагаемых программой лабораторной работы.
2. Измерьте счетную характеристику при различных значениях напряжения дискриминации  $U_d$ : 105, 115, 135, 170 и 250 мВ.

Выясните, как влияют на форму счетной характеристики напряжение дискриминации  $U_d$  и время измерения. Объясните различие основных участков счетной характеристики.

3. Измерьте амплитудное распределение шумовых импульсов в зависимости от напряжения дискриминации  $U_d$  при напряжении питания, соответствующем области плато счетной характеристики.

Скорость счета  $n$  определяется числом импульсов с амплитудой выше заданной, регистрируемых в единицу времени. Это распределение называется также интегральным спектром амплитуд. Выясните, как меняется разброс амплитуд на различных участках счетной характеристики.

Дифференциальным спектром амплитуд называется зависимость разницы в скорости счета для соседних амплитудных интервалов от амплитуды импульсов. Это распределение измеряется с помощью многоканального анализатора, на выход каждого канала которого проходят только сигналы, попадающие в заданный интервал амплитуд. Установите, как изменяется форма дифференциального амплитудного распределения при его регистрации в различных областях счетной характеристики. Подберите напряжение дискриминации  $U_d$ , которое наилучшим образом отвечает одноэлектронному приближению, при котором амплитудное распределение описывается распределением Пуассона. Воспользовавшись свойствами распределения Пуассона, вычислите среднее значение коэффициента вторичной эмиссии  $k$  и оцените коэффициент усиления ФЭУ.

Создайте слабую световую подсветку и зарегистрируйте амплитудное распределение в области плато счетной характеристики. Изменилась ли форма амплитудного распределения? После исследования особенностей амплитудного распределения данного ФЭУ вернитесь к заданию 2 и попытайтесь улучшить параметры счетной характеристики.

4. Получите гистограмму частоты следования темновых импульсов ФЭУ.

Гистограмма статистического процесса - это характеристика, показывающая, как часто встречается та или иная реализация события при многократно повторяющихся испытаниях. Ранее было показано, что статистическое распределение выходных импульсов ФЭУ за одинаковые промежутки времени подчиняется распределению Пуассона. Получив гистограмму этого распределения, оцените приблизительно среднюю скорость счета  $n_T$ , ее дисперсию  $\sigma(n_T)$  и среднеквадратичное отклонение. Создайте слабую световую подсветку, оцените  $n_c$  и отношение сигнал/шум.

# Лабораторная работа № 4

## Исследование простых цепей переменного тока

### Введение

Предлагаемая компьютеризированная лабораторная работа знакомит с наиболее распространенными методами расчета простых цепей синусоидального переменного тока.

### 4.1 Теоретическая часть

#### Законы Кирхгофа для цепей переменного тока

Рассмотрим электрические цепи синусоидального переменного тока, причем везде далее будем предполагать токи квазистационарными. Это означает, что время, в течение которого электрические величины принимают установившиеся значения, мало по сравнению с периодом колебаний. Для квазистационарных токов можно применять к мгновенным значениям физических величин законы постоянного тока. При этом нахождение токов в ветвях цепи и напряжений на отдельных ее элементах производится по законам Ома и Кирхгофа.

#### Расчет цепей переменного тока с помощью тригонометрических функций

Колебания тока и напряжения можно описать аналитически при помощи тригонометрических уравнений.

Пусть имеется сложная цепь переменного тока с точками разветвления (например, А, В и С на рис.4.1), в которых сходятся несколько проводов. Выделим в такой цепи замкнутый контур (АВСА), в состав которого могут входить источники ЭДС и различные элементы цепи  $Z_n$ .

Первый закон Кирхгофа: Алгебраическая сумма мгновенных значений токов в ветвях, образующих узел электрической цепи, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 . \quad (4.1)$$

Здесь  $n$  - число ветвей, сходящихся в узле. Например, для узла "А" на рис.4.1

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 .$$

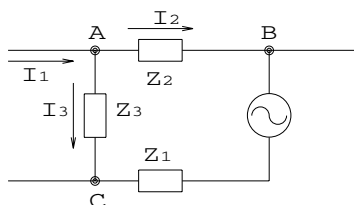


Рис. 4.1: Разветвленный контур в цепи переменного тока

Считают, что ток имеет положительный знак, если в рассматриваемый момент времени он направлен к узлу, и отрицательный, если он направлен от узла. Направления токов относительно узла условны и могут быть заданы произвольно, но если они однажды приняты, то при дальнейших расчетах необходимо их учитывать. Для мгновенных значений синусоидально изменяющихся токов из (4.1) следует

$$I_{01} \sin(\omega t + \phi_1) - I_{02} \sin(\omega t + \phi_2) - I_{03} \sin(\omega t + \phi_3) = 0 ,$$

где  $I_{01}$  ,  $I_{02}$  ,  $I_{03}$  - амплитуды, а  $\phi_1$  ,  $\phi_2$  ,  $\phi_3$  - начальные фазы для соответствующих токов.

Второй закон Кирхгофа: Алгебраическая сумма мгновенных значений ЭДС, действующих в замкнутом контуре, равна алгебраической сумме мгновенных значений падений напряжения на участках этого замкнутого контура

$$\sum_{k=1}^m U_k = \sum_{k=1}^m E_k . \quad (4.2)$$

Отметим, что число  $m$  участков замкнутой цепи совпадает с числом  $m$  узлов, которые эти участки соединяют.

В нашем случае как мгновенные значения ЭДС и напряжения, так и токи - синусоидальные функции времени. При этом их фазы на различных участках контура сдвинуты друг относительно друга, из-за чего амплитуда суммы напряжений или токов не совпадает с суммой амплитуд этих величин.

Рассчитывать электрические цепи при помощи тригонометрических уравнений, отражающих законы Кирхгофа, громоздко и неудобно. Поэтому для упрощения расчетов часто представляют электрические величины в виде векторов и пользуются методом векторных диаграмм.

## Расчет цепей переменного тока методом векторных диаграмм

Величине, изменяющейся по гармоническому закону, можно сопоставить вектор. Длина вектора определяется её амплитудой, а угол поворота относительно оси абсцисс в направлении против часовой стрелки - фазой этой величины. При этом мгновенное значение величины равно проекции вектора на ось абсцисс. Если на одной плоскости изображают величины, имеющие разные размерности (например,

напряжение и ток), длины соответствующих векторов имеют разные размерности, и относительные размеры таких векторов являются условными.

В соответствии с периодическими изменениями физических величин происходит одновременное вращение векторов (без изменения их амплитудных значений) против часовой стрелки с угловой скоростью, определяемой циклической частотой  $\omega$  гармонического процесса. Методом векторных диаграмм удобно пользоваться для анализа фазовых сдвигов между током и напряжением, вносимых различными элементами цепей переменного тока.

Сформулируем законы Кирхгофа в векторной форме.

Первый закон Кирхгофа: В произвольный момент времени сумма векторов, соответствующих токам в ветвях, образующих узел цепи, равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n \vec{I}_k = 0 \quad . \quad (4.3)$$

Второй закон Кирхгофа: Сумма векторов ЭДС, включенных в замкнутый контур, равна сумме векторов напряжений на участках этого замкнутого контура

$$\sum_{k=1}^m \vec{U}_k = \sum_{k=1}^m \vec{E}_k \quad (4.4)$$

Первый и второй законы Кирхгофа верны и для векторов токов и напряжений, амплитуды которых в  $\sqrt{2}$  раз меньше. Такие значения называются действующими. Измерительные приборы обычно отградуированы на величины действующих значений токов и напряжений.

Применение законов Кирхгофа в векторной форме дает возможность графически - по правилу сложения векторов, - просто и наглядно рассчитывать несложные электрические цепи, т.е. определять для каждого участка цепи амплитуды и фазы токов и напряжений. Однако точность результатов, полученных в результате сложения векторов путем их черчения на листе бумаги, невелика.

Наглядность графического метода в сочетании с более высокой точностью аналитического сохраняется в так называемом методе комплексных амплитуд.

## Расчет цепей переменного тока методом комплексных амплитуд

Известно, что гармонические колебания можно описывать либо с помощью тригонометрических функций  $A(t) = A_0 \cos(\omega t + \phi)$ , или, что то же,  $A(t) = A_0 \sin(\omega t + \phi + \frac{\pi}{2})$ , либо комплексными выражениями, вещественная часть которых совпадает с  $A(t)$ :

$$A(t) = A_0 e^{i(\omega t + \phi)} = A_0 e^{i\phi} e^{i\omega t} \quad (4.5)$$

В случаях, когда приходится складывать несколько колебаний, комплексный способ имеет большое преимущество, поскольку правила сложения комплексных чисел гораздо проще правил сложения тригонометрических функций.

Отметим, что частота  $\omega$  называется круговой (или циклической) и связана с "обычной" частотой  $f = 1/T$  соотношением  $\omega = 2\pi f$

Комплексная величина  $\mathcal{A}_0 = A_0 e^{i\phi}$  называется комплексной амплитудой гармонического колебания. Модуль  $\mathcal{A}_0$  равен амплитуде колебания  $A_0$ , а аргумент - его начальной фазе  $\phi$ . Метод комплексных амплитуд тесно связан с методом векторных диаграмм, поскольку комплексное число можно представить точкой на комплексной плоскости, если отложить по оси  $x$  его вещественную часть, а по оси  $y$  - мнимую. Тогда конец вектора, изображающего электрическую величину в методе векторных диаграмм, естественно интерпретировать как число на комплексной плоскости, и наоборот. Таким образом, комплексной амплитуде колебаний мы взаимно однозначно сопоставляем вектор, длина которого равна амплитуде колебаний  $A_0$ , а угол поворота относительно оси  $x$  соответствует начальной фазе  $\phi$ . Заметим, что при расчетах методом комплексных величин нет необходимости прибегать к графическим изображениям. При сложении нескольких колебаний достаточно знать правила сложения комплексных чисел.

Получим выражения комплексных амплитуд электрических величин для основных элементов цепи переменного тока. Напряжение и сила тока на участке цепи переменного тока в комплексном представлении выглядят как

$$U(t) = \mathcal{U}_0 \exp(i\omega t), \quad I(t) = \mathcal{I}_0 \exp(i\omega t). \quad (4.6)$$

Здесь  $\mathcal{U}_0$  - комплексная амплитуда напряжения,  $\mathcal{I}_0$  - комплексная амплитуда тока.

Ток и напряжение в общем случае сдвинуты по фазе друг относительно друга. Комплексным сопротивлением  $\mathcal{Z}$  (импедансом) некоторого участка цепи называется отношение комплексных амплитуд напряжения и тока:

$$\mathcal{Z} = \frac{\mathcal{U}_0}{\mathcal{I}_0}. \quad (4.7)$$

Из 4.6 и 4.7 следует, что  $U = I\mathcal{Z}$ . Это означает, что закон Ома выполняется и для мгновенных значений комплексных величин.

Величина, обратная комплексному сопротивлению, называется комплексной проводимостью (адмиттансом):

$$\mathcal{Y} = \frac{1}{\mathcal{Z}}. \quad (4.8)$$

Элементы с чисто вещественным сопротивлением называют активными, с чисто мнимым - реактивными.

Комплексное сопротивление  $\mathcal{Z}$  может быть представлено в виде  $\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_0 \exp(i\varphi)$ , где  $\mathcal{Z}_0 = |\mathcal{Z}|$  - абсолютное значение, а  $\varphi$  - аргумент комплексной величины  $\mathcal{Z}$ . Поскольку  $I = \frac{U}{\mathcal{Z}} = \frac{U}{\mathcal{Z}_0} \exp(-i\varphi)$ , то именно значение  $\varphi$  определяет сдвиг по фазе между током и напряжением. Иногда бывает удобнее измерять не  $\varphi$ , а  $\text{tg}\varphi$ . С помощью вольтметра и амперметра измеряют абсолютные значения величин  $\mathcal{U}_0$  и  $\mathcal{I}_0$ , то есть  $|\mathcal{U}_0|$  и  $|\mathcal{I}_0|$ . Таким образом легко найти  $\mathcal{Z}_0 = |\mathcal{Z}| = \frac{|\mathcal{U}_0|}{|\mathcal{I}_0|}$ . Сдвиг фаз между током и напряжением в лабораторных экспериментах обычно определяют косвенным путем.

Найдем, чему равны комплексные сопротивления и адмиттансы в некоторых частных случаях.

1) Участок цепи содержит только активное сопротивление. В этом частном случае импеданс  $\mathcal{Z}$  не имеет мнимой части и равен активному сопротивлению участка. Тогда

$$\mathcal{Z} = R \quad (4.9)$$

и

$$\mathcal{U}_0 = \mathcal{I}_0 R . \quad (4.10)$$

Поэтому между током и напряжением нет сдвига по фазе. Проводимость участка, содержащего только активное сопротивление, также чисто вещественна и равна

$$\mathcal{Y} = \frac{1}{R} . \quad (4.11)$$

2) Участок цепи содержит только индуктивность  $L$ . Считаем, что  $\mathcal{I}_L = \mathcal{I}_{0L} \exp(i\omega t)$ . Напряжение самоиндукции на индуктивности  $\mathcal{U}_L = L \frac{d\mathcal{I}}{dt} = i\omega L \mathcal{I}_{0L} \exp(i\omega t)$ . Поэтому колебания напряжения на индуктивности опережают по фазе колебания тока на  $\pi/2$ :

$$\mathcal{U}_L = I_{0L} \omega L \exp[i(\omega t + \frac{\pi}{2})] . \quad (4.12)$$

Мы учли, что  $\exp(i\frac{\pi}{2}) = i$ . Для комплексных амплитуд получается соотношение

$$\mathcal{U}_{0L} = \mathcal{I}_{0L} i \omega L . \quad (4.13)$$

Таким образом, комплексное сопротивление (импеданс) индуктивности равен

$$\mathcal{Z}_L = i\omega L , \quad (4.14)$$

а обратная ей величина - комплексная проводимость (адмиттанс) индуктивности - равна

$$\mathcal{Y}_L = \frac{1}{i\omega L} . \quad (4.15)$$

3) Участок цепи содержит только емкость  $C$ . Заряд  $Q$  на обкладках конденсатора связан с напряжением  $\mathcal{U}_C$  на конденсаторе соотношением  $Q = C\mathcal{U}_C$ . Ток  $\mathcal{I}_C$  через конденсатор является производной от заряда:  $\mathcal{I}_C = \frac{dQ}{dt}$ . Поэтому  $\mathcal{I}_C = C \frac{d\mathcal{U}_C}{dt}$ . Если  $\mathcal{U}_C = \mathcal{U}_{0C} \exp(i\omega t)$ , то  $\mathcal{I}_C = i\omega C \mathcal{U}_{0C} \exp(i\omega t)$ . То есть колебания тока через емкость опережает по фазе колебания напряжения на ней на  $\pi/2$ . Или, что то же, колебания напряжения на емкости отстают от колебаний тока по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ . Для комплексной амплитуды напряжения имеем

$$\mathcal{U}_0 = \mathcal{I}_0 \frac{1}{i\omega C} . \quad (4.16)$$



Следовательно, комплексное сопротивление (импеданс) емкостного элемента цепи равно

$$\mathcal{Z}_C = \frac{1}{i \omega C}, \quad (4.17)$$

а комплексная проводимость (адмиттанс) емкостного элемента

$$\mathcal{Y}_C = i \omega C. \quad (4.18)$$

Если в состав последовательной цепи входит любая комбинация перечисленных элементов, то для того, чтобы найти напряжение на концах этой цепи, необходимо сложить электрические колебания напряжений на этих элементах.

В случае представления колебаний комплексными выражениями это делается по правилам сложения комплексных чисел. Если нет внешних источников сигналов, и процессы в цепи являются установившимися, то все колебания имеют одинаковую частоту, и нужно сложить лишь комплексные амплитуды суммируемых колебаний. Модуль полученного комплексного выражения дает фактическую амплитуду результирующего колебания, а аргумент - начальную фазу.

В случае последовательной цепи складывать надо напряжения, а в случае параллельной - токи. Поэтому при последовательном соединении двух элементов складываются их импедансы  $\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_2$ , а при параллельном соединении складываются их адмиттансы  $\mathcal{Y} = \mathcal{Y}_1 + \mathcal{Y}_2$ , т.е.  $\frac{1}{\mathcal{Z}} = \frac{1}{\mathcal{Z}_1} + \frac{1}{\mathcal{Z}_2}$ . Сформулируем законы Кирхгофа в комплексной форме.

Первый закон Кирхгофа: Сумма комплексных амплитуд токов, сходящихся в каком-либо узле цепи переменного тока, равна нулю:

$$\sum_n \mathcal{I}_{0n} = 0. \quad (4.19)$$

Второй закон Кирхгофа: Сумма комплексных амплитуд напряжений на всех пассивных элементах какого-либо контура цепи переменного тока равна сумме комплексных амплитуд всех ЭДС этого контура:

$$\sum_n \mathcal{I}_{0n} \mathcal{Z}_n = \sum_k \mathcal{E}_{0k}. \quad (4.20)$$

Здесь комплексные значения напряжений и ЭДС, положительные направления которых совпадают с произвольно выбранным направлением обхода контура, записываются со знаком плюс, в противном случае - со знаком минус.

Выражения (4.19) и (4.20) следуют из законов Кирхгофа для мгновенных значений электрических величин в случае квазистационарных токов. Получите их в качестве упражнения самостоятельно.

Из (4.10), (4.19) и (4.20) видно, что аналоги законов постоянного тока применимы в случае цепей переменного тока не к обычным амплитудам тока, напряжения и ЭДС, а к комплексным амплитудам этих величин. При этом под сопротивлениями отдельных участков цепи нужно понимать их комплексные сопротивления.

## 4.2 Контрольные вопросы

1. Какой физический смысл имеют  $Y_0$  и  $\phi$  в выражении для комплексной амплитуды некой физической величины  $\mathcal{Y} = Y_0 e^{i\phi}$ , изменяющейся по гармоническому закону?
2. Участок цепи состоит из последовательно соединенных сопротивления  $R$  и индуктивности  $L$ . К нему приложено переменное напряжение частоты  $\omega$ . Как изменяется для этого участка сдвиг фазы между током и напряжением
  - а) при  $\omega \rightarrow 0$  ?
  - б) при  $\omega \rightarrow \infty$  ?
3. Цепь состоит из последовательно соединенных источника переменного напряжения частоты  $\omega$ , сопротивления  $R$  и емкости  $C$ . Как изменяется комплексная амплитуда тока в цепи
  - а) при уменьшении частоты  $\omega$  ?
  - б) при увеличении частоты  $\omega$  ?
4. Участок цепи состоит из индуктивности  $L$  и конденсатора  $C$ , соединенных последовательно. На него подается переменное напряжение частоты  $\omega$ . При каком соотношении между  $L$ ,  $C$  и  $\omega$  участок цепи будет иметь:
  - а) индуктивный характер?
  - б) емкостный характер?
5. Для каких известных Вам элементов цепей переменного тока связь между током, текущим в элементе цепи, и напряжением на этом элементе можно заменить связью между комплексными числами, представляющими ток и напряжение? Можно ли заменить комплексным числом генератор напряжения?

## 4.3 Порядок выполнения работы

### Расчет простых цепей переменного тока методом комплексных величин

При расчете режима работы электрической цепи переменного тока методом комплексных величин полезно выделить несколько этапов:

1. Представить исходные данные о параметрах всех элементов анализируемой цепи в комплексной форме.
2. Выбрать направления токов во всех ветвях цепи, которые условно в дальнейшем будут считаться положительными.
3. Пользуясь законами Ома и Кирхгофа, составить систему уравнений, определяющую режим работы цепи.

4. Решить полученную систему уравнений, т.е. определить комплексные значения токов в ветвях цепи и комплексные значения напряжения на ее элементах.
5. По найденным комплексным значениям токов и напряжений определить соответствующие им мгновенные и действующие значения переменных токов и напряжений.

## Электрический конструктор

Программа предназначена для проведения виртуальных лабораторных работ по теме "Электричество".

Она позволяет передвигать "мышью" модельные приборы и элементы электрической схемы, находящиеся в рабочей области окна рис. 4.2 а также управлять переключателями и деглюйдовками.

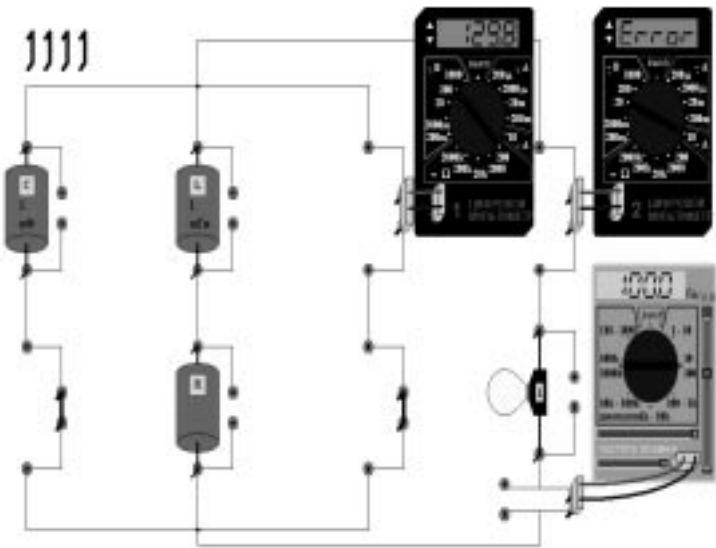


Рис. 4.2: Электрический конструктор

Если поднести элемент к разъему схемы, соответствующему по размерам контактам элемента, то элемент подключается к схеме, вставляясь в разъем.

Программа позволяет составлять электрические цепи с различным количеством виртуальных электрических элементов на рабочем столе (от 0 до 9). Если щелкнуть "мышью" в голубой области элемента, появляется окно для задания надписи

на элементе, в котором можно установить тип элемента и его номинал. Следует отметить, что на параметры элементов эти надписи не влияют - по ним проводится проверка правильности выполнения студентом задания.

На рабочем столе находятся виртуальные мультиметр-1 и мультиметр-2, с помощью которых можно измерять напряжения и токи в различных участках цепи. Передняя панель виртуальных приборов аналогична панели настоящих приборов-мультиметров и дает возможность измерять соответствующие величины в широком диапазоне. При измерении тока и напряжения можно задавать внутреннее сопротивление прибора.

На рабочем столе также находятся регулируемый источник постоянного напряжения и генератор.

Значение выходного напряжения источника регулируется с помощью бегунка. Также имеется возможность задать его внутреннее сопротивление, либо позволить компьютеру установить случайное значение.

У генератора возможно регулировать напряжение (красный бегунок), частоту (переключатель диапазонов и два бегунка для грубой и плавной подстройки частоты), а также задавать внутреннее сопротивление прибора.

## Задачи

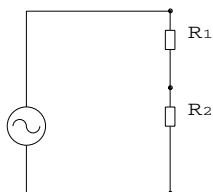
При выполнении очередной задачи составьте электрическую цепь, выбрав необходимые элементы из набора, предлагаемого в программе "Электрический конструктор".

Задайте значения  $R$ ,  $L$  или  $C$  элементов цепи, а также значения напряжения и частоты, использованные Вами при расчете.

Проверьте полученные Вами при расчете значения физических величин с помощью виртуальных приборов.

Подумайте, какими должны быть величины сопротивлений измерительных приборов, чтобы их включение в конкретную схему вносило ошибку, не превышающую, например, 1%.

### Задача 1. Исследование цепи с последовательным соединением активных сопротивлений



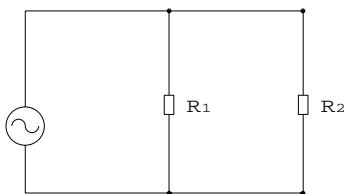
Соберите цепь переменного тока, состоящую из двух последовательно соединенных сопротивлений, генератора переменного напряжения и измерительных

приборов. Задайте напряжение генератора изменяющимся по закону  $U = 220 * \sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})$ . Подумайте, каким образом можно задать фазу напряжения.

1.1. Задайте какие-либо разумные с вашей точки зрения, значения сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ . Рассчитайте частоту  $f$  тока (Гц), показания приборов, мгновенное значение тока и его комплексную амплитуду. Повторите задание при разных соотношениях между сопротивлениями. Изменяются ли показания приборов при изменении частоты?

1.2. Для каждого набора параметров постройте векторную диаграмму в рабочей тетради.

### Задача 2. Исследование цепи с параллельным соединением активных сопротивлений

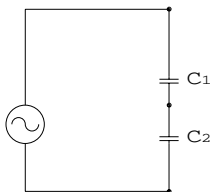


Соберите цепь переменного тока, состоящую из двух параллельно соединенных сопротивлений, генератора переменного напряжения и измерительных приборов. Задайте напряжение источника, изменяющимся по закону  $U = 220 * \sqrt{2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})$ .

2.1. Задайте значения сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ . Рассчитайте частоту  $f$  тока (Гц), эффективные и мгновенные значения токов в обеих ветвях цепи. Сравните с измеренными значениями. Повторите задание при различных соотношениях между сопротивлениями.

2.2. Для каждого набора параметров постройте векторную диаграмму в рабочей тетради.

### Задача 3. Исследование цепи с двумя последовательно соединенными конденсаторами



Соберите цепь переменного тока, состоящую из двух последовательно соединенных конденсаторов, генератора переменного напряжения и измерительных приборов.

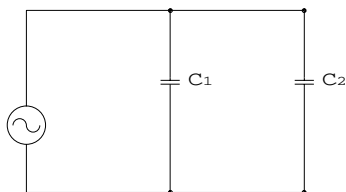
3.1. Задайте значения емкостей  $C_1$  и  $C_2$  (мкф), частоту  $f$  (Гц) и амплитуду  $U_0$  (В) переменного напряжения.

Рассчитайте, какие напряжения должны быть на конденсаторах, и какие токи должны через них течь. Проверьте правильность расчета с помощью измерений (обратите внимание, напряжение на каком из конденсаторов больше). При заданных значениях  $C_1$  и  $C_2$  измените на порядок частоту напряжения. Рассчитайте новые значения напряжений и токов, и проведите измерения. Сравните значения напряжений и токов с результатами, полученными в предыдущем случае.

На некоторой разумно выбранной частоте проведите аналогичные расчеты и измерения при различных соотношениях между  $C_1$  и  $C_2$ .

3.2. Для каждого набора параметров постройте векторную диаграмму в рабочей тетради.

#### Задача 4. Исследование цепи с двумя параллельно соединенными конденсаторами



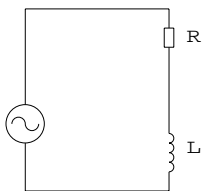
Соберите цепь переменного тока, состоящую из двух параллельно соединенных конденсаторов, генератора переменного напряжения и измерительных приборов.

4.1. Задайте значения емкостей  $C_1$  и  $C_2$  (мкф), частоту  $f$  (Гц) и амплитуду  $U_0$  (В) переменного напряжения. Рассчитайте значение переменного тока через конденсаторы а так же показания амперметров при включении их последовательно с конденсаторами. Изменяя частоту напряжения на порядки, проследите, как изменяются показания приборов для заданных значений  $C_1$  и  $C_2$ . На некоторой частоте проведите серию расчетов и измерений при различных соотношениях между  $C_1$  и  $C_2$ .

4.2. При выбранных значениях  $C_1$  и  $C_2$  постройте в рабочей тетради векторную диаграмму для двух частот, отличающихся на порядок.

#### Задача 5. Исследование цепи с последовательно соединенными индуктивностью и активным сопротивлением.

Соберите цепь переменного тока, состоящую из последовательно соединенных индуктивности и активного сопротивления, генератора переменного напряжения и измерительных приборов.



5.1. Задайте эффективное значение напряжения 220В, частоту тока  $f$  (Гц), значения индуктивности  $L$  (мГн), величину сопротивления  $R$  (Ом).

Рассчитайте значения токов и напряжений в цепи. Сравните их с измеренными. Вычислите сдвиг фазы  $\phi$  между током и напряжением в цепи, найдя сначала  $\operatorname{tg}\phi$ .

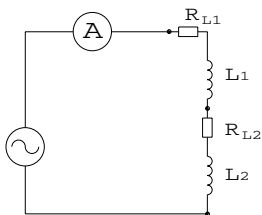
При заданных значениях индуктивности  $L$  и сопротивления  $R$  подберите такие значения частоты, чтобы цепь обладала практически только активным или только реактивным сопротивлением.

На каких частотах при заданных  $L$  и  $R$  падение напряжения  $U_1$  на сопротивлении составит менее 10% от напряжения источника?

Рассчитайте показания приборов, а также  $\operatorname{tg}\phi$  и  $\phi$  для различных значений  $L$  и  $R$ . Сравните их с измеренными.

5.2. Постройте в рабочей тетради векторную диаграмму для заданного набора параметров.

### Задача 6. Исследование цепи с последовательным соединением индуктивностей



Соберите цепь переменного тока, состоящую из двух последовательно соединенных индуктивностей, генератора переменного напряжения и измерительных приборов. Реально индуктивностей "в чистом виде" не бывает - в их качестве используют катушки с большим количеством витков. Поэтому последовательно с индуктивностями всегда включены внутренние активные сопротивления катушек.

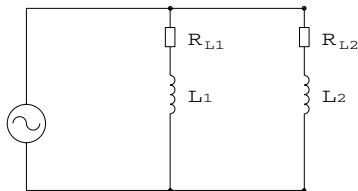
6.1. Задайте значения активных сопротивлений катушек  $R_{L1} = 1 \div 10$  Ом и  $R_{L2} = 1 \div 10$  Ом, индуктивностей  $L_1$  (мГн) и  $L_2$  (мГн) и частоты  $f$  (Гц). Рассчитайте напряжение на катушках. При заданных значениях индуктивностей проведите серию расчетов и измерений, каждый раз изменяя на порядок частоту.

На каких частотах можно не учитывать при расчетах активное сопротивление катушек, если допустимая ошибка расчетов составляет 1% ? 10% ? Можно ли пренебречь активным сопротивлением катушек на постоянном токе?

При некоторой достаточно большой частоте проследите за показаниями приборов, изменяя  $L_1$  и  $L_2$  (обратите внимание, напряжение на какой из индуктивностей больше).

6.2. Постройте в рабочей тетради векторные диаграммы для двух частот, отличающихся на порядок.

### Задача 7. Исследование цепи с параллельно соединенными индуктивностями



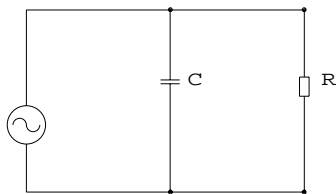
Соберите цепь переменного тока, состоящую из двух параллельно соединенных индуктивностей, генератора переменного напряжения и измерительных приборов.

7.1. Задайте значения последовательно соединенных с индуктивностями внутренних активных сопротивлений катушек  $R_{L1} = 1 \div 10$  Ом и  $R_{L2} = 1 \div 10$  Ом, индуктивностей  $L_1$  и  $L_2$ , а также такую частоту, чтобы выполнялись условия  $\omega L_1 \gg R_{L1}$  и  $\omega L_2 \gg R_{L2}$ . В этом случае ток через индуктивности можно рассчитывать по приближенной формуле (получите ее самостоятельно). Рассчитайте показания приборов, сравните их с результатами измерений.

Измените параметры цепи и повторите задание.

7.2. Постройте в рабочей тетради векторные диаграммы для нескольких различных значений параметров цепи.

### Задача 8. Исследование параллельной $RC$ - цепи.



Соберите цепь переменного тока, состоящую из параллельно соединенных активного сопротивления и емкости, а также генератора переменного напряжения и измерительных приборов.

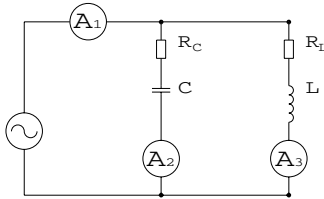
8.1. Задайте значения сопротивления  $R$  и емкости  $C$ . Рассчитайте показания приборов и вычислите сдвиг фаз между током и напряжением в цепи ( $\text{tg} \phi$  и  $\phi$ ), сравните их с результатами измерений.



Повторите задание при нескольких различных значениях  $R$  и  $C$ .

8.2. Для различных значений параметров  $R$  и  $C$  постройте векторные диаграммы в рабочей тетради.

### Задача 9. Исследование параллельно соединенных $RL$ и $RC$ - цепочек



Соберите цепь переменного тока, состоящую из параллельно соединенных  $RL$ - и  $RC$ - цепочек, генератора переменного напряжения и измерительных приборов. Задайте следующие параметры цепи:  $R_L = 1 \div 10$  Ом,  $R_C = 1 \div 10$  Ом,  $Z_{0L} = 1 \div 10$  Ом,  $Z_{0C} = 1 \div 10$  Ом,  $U_0 = 10 \div 100$  В. *Замечание: комплексные сопротивления принято измерять не в Омах, а в Вармах. Но у них одинаковая размерность, и  $1 \text{ Ом} = 1 \text{ Вар}$ , поэтому мы не используем эту единицу измерения.* Напряжение генератора задайте изменяющимся по закону  $U = U_0 \sin(100\pi t)$ .

9.1. Рассчитайте показания амперметров. Сравните их с измеренными значениями. Вычислите  $\text{tg}\phi_1$ ,  $\text{tg}\phi_2$  и  $\text{tg}\phi_3$ , определяющие сдвиги фаз между токами и напряжением в соответствующих ветвях цепи. Определите  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  и  $\phi_3$  - сдвиги фаз между токами и напряжением.

9.2. По полученным данным постройте в рабочей тетради векторную диаграмму.

### Задача 10. Определение комплексных амплитуд синусоидального тока и напряжения, а также комплексного сопротивления неизвестного участка цепи

Компьютер случайным образом задает параметры элемента. Подключите его к генератору напряжения последовательно с резистором известного номинала  $R$ .

10.1. Определите значения комплексных амплитуд  $\mathcal{I}_0$ ,  $\mathcal{U}_0$ ,  $\mathcal{Z}_0$ , комплексное сопротивление  $\mathcal{Z}$  участка цепи.

10.2. Постройте в рабочей тетради векторную диаграмму для этого набора параметров.

# Лабораторная работа № 5

## Вольт-амперные характеристики элементов электрической цепи

### 5.1 Теоретическая часть

#### 5.1.1 Статические и динамические вольт-амперные характеристики

##### Проводники первого и второго рода. Подвижность носителей заряда

При приложении внешнего напряжения в веществах возникает электрический ток. В зависимости от того, движение каких электрически заряженных частиц (носителей заряда) его вызывает, вещества делят на проводники первого и второго рода. В проводниках первого рода носители заряда - электроны и дырки (квазичастицы, имеющие свойства, подобные свойствам электрона в твердом теле, но обладающие положительным зарядом). В проводниках второго рода кроме электронов и дырок заряд переносится ионами, поэтому протекание тока сопровождается переносом массы.

Зависимость тока, протекающего через элемент электрической цепи, от приложенного к этому элементу напряжения, называется вольт-амперной характеристикой (ВАХ). В зависимости от того, в каком режиме измеряются ВАХ, они называются статическими или динамическими. Статические ВАХ измеряются "поточечно" при фиксированных значениях напряжения после окончания всех переходных процессов в цепи. Для измерения динамических ВАХ напряжение изменяется по какому-либо закону. Обычно это либо линейный закон, либо синусоида.

Плотность квазистационарного электрического тока  $j$ , протекающего через проводник, может быть выражена через концентрацию  $n$  и среднюю скорость дрейфа  $v$  носителей:

$$j = zqnv \quad (5.1)$$

где  $q$  - абсолютная величина заряда электрона,  $z$  - кратность заряда носителя (для электронов  $z = -1$ , для дырок  $z = 1$ , для ионов  $\text{Fe}^{3+}$   $z = 3$ , и т. п.).

Если ток переносится несколькими типами носителей, надо суммировать соответствующие вклады.

В большом количестве случаев средняя скорость дрейфа носителей прямо про-

порциональна напряженности электрического поля  $E$ :

$$v = \mu E \tag{5.2}$$

Коэффициент пропорциональности  $\mu$  называется подвижностью носителей, и имеет размерность  $[\mu] = [\text{см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})]$ . Подвижность численно равна скорости, приобретаемой носителями в электрическом поле напряженностью 1В/см. Характерные значения  $\mu$  для металлов лежат в области  $5 \div 20 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ , для полупроводников  $1 \div 10^6 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ .

### **Закон Ома в дифференциальной и интегральной форме. Отклонения от закона Ома. Интегральное и дифференциальное сопротивление**

Если подставить формулу (5.2) в уравнение (5.1), получим

$$j = qz\mu n E , \tag{5.3}$$

т.е.

$$j = \sigma E , \tag{5.4}$$

где

$$\sigma = qz\mu n . \tag{5.5}$$

Коэффициент  $\sigma$  называется удельной проводимостью, а соотношение (5.4) носит название закона Ома в дифференциальной форме. Величину

$$\rho = 1/\sigma = 1/(qz\mu n)$$

называют удельным сопротивлением,  $[\rho] = [\text{Ом} \cdot \text{см}]$ .

Если проводник имеет длину  $L$  и поперечное сечение площадью  $S$ , то

$$E = V/L , \quad j = I/S , \tag{5.6}$$

где  $V$  - приложенное к проводнику напряжение, а  $I$  - протекающий через него ток,  $[V] = [\text{Вольт}]$ ,  $[I] = [\text{Ампер}]$ . Тогда (5.4) можно переписать в таком виде

$$I = V/R , \tag{5.7}$$

где  $R = \rho L/S$ .  $R$  называют сопротивлением,  $[R] = [\text{Ом}]$ . Соотношение (5.7) - это закон Ома в интегральной форме. Напомним, что он выведен для установившегося (т.е. квазистационарного) тока в проводнике.

Исходя из приведенных рассуждений, можно сделать выводы о том, в каких случаях закон Ома (5.7) не будет выполняться. Это будет в случае, если:

- нарушается условие квазистационарности (например, при протекании переменного тока через конденсатор или индуктивность);
- нарушается соотношение (5.2), т.е. подвижность носителей  $\mu$  начинает зависеть от  $E$ ;

- в (5.1) концентрация носителей  $n$  начинает зависеть от  $E$ ;
- проводник неоднороден, и в какой-либо его части не выполняется закон Ома по упомянутому выше причинам; например, при наличии выпрямляющих контактов металл-полупроводник или рп-переходов.

В случае выполнения закона Ома (5.7) ВАХ - прямая линия. Ее наклон дает значение  $1/R$ . Если же закон Ома нарушается, ВАХ может иметь сложную форму. В частности, форма ВАХ может меняться со временем или в зависимости от скорости и направления изменения напряжения.

Когда ВАХ нелинейная, понятие сопротивления как коэффициента пропорциональности между  $I$  и  $V$  бесполезно. Это сопротивление (его называют интегральным сопротивлением) имеет смысл использовать для оценок только в том случае, когда отклонение от линейности мало.

С другой стороны, для малых приращений напряжения ( $dV$ ) и тока ( $dI$ ) линейность сохраняется :

$$dV = r dI \quad (5.8)$$

Коэффициент  $r$ , вообще говоря, зависит от  $V$ , и называется дифференциальным сопротивлением. В случае выполнения закона Ома (5.7)  $r$  не зависит от  $V$ :

$$r(V) = R$$

### **Омический и неомический контакты. Выпрямляющие контакты, р-п переход**

Реальный элемент электрической цепи всегда подключается к остальной части электрической цепи с помощью внешних проводников (электродов). Поэтому внешнее приложенное напряжение распределяется между самим элементом и электродами. Электроды, как правило, делаются хорошо проводящими, и падением напряжения на них можно пренебречь. Однако в месте контакта электрода с элементом может происходить значительное падение напряжения. В том случае, когда сопротивление контакта пренебрежимо мало по сравнению с объемным сопротивлением элемента (полупроводника или металла), контакт называют омическим. Если же сопротивлением контакта пренебречь нельзя, ВАХ элемента из-за особенностей контактных явлений становится нелинейной, и контакт называется неомическим. Неомический контакт, ток через который в одном направлении резко возрастает с увеличением приложенного напряжения, а в другом остается малым, называется выпрямляющим. Хорошими выпрямляющими свойствами обладают контакты некоторых металлов с полупроводниками, полупроводников с разными типами проводимости (рп-переходами), полупроводников с разным химическим составом (так называемые гетеропереходы). Окисные пленки, покрывающие поверхность металлов, как правило, обладают полупроводниковыми свойствами, и из-за этого механический контакт металлических проводников может быть неомическим.

В области контактов практически всегда наблюдается зависимость  $n(E)$ , и именно из-за этого нарушается закон Ома. При больших  $E$  возникает лавинный электрический пробой полупроводников и диэлектриков, сопровождающийся резким

увеличением концентрации носителей. На явлении лавинного пробоя основана работа некоторых полупроводниковых приборов (например, стабилитрона).

ВАХ полупроводниковых диодов имеет форму, приведенную на рисунке 5.1.

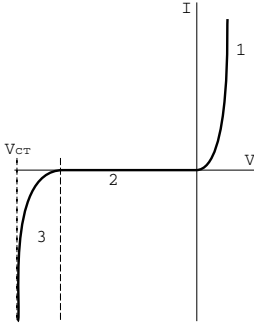


Рис. 5.1: ВАХ полупроводникового диода

Она имеет три области. Область 1 - прямая ветвь ВАХ. В этой области сопротивление диода мало, и он хорошо пропускает ток. Область 2 - обратная ветвь ВАХ. Такое направление приложенного к диоду напряжения называют запирающим, так как в этой области сопротивление диода велико, и ток очень мал. Область 3 соответствует электрическому пробую, в результате которого ток резко возрастает при увеличении приложенного напряжения.

Для выпрямления электрического тока используют области 1 и 2. На рис. 5.2 приведена простейшая схема выпрямителя.

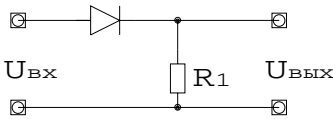


Рис. 5.2: Простейший выпрямитель

Если сопротивление  $R_1$  намного больше сопротивления диода на прямой ветви, но намного меньше его обратного сопротивления, при подаче на вход положительного напряжения всё оно будет падать на резисторе  $R_1$ . Если же на вход подать отрицательное напряжение, всё оно будет падать на диоде, и на выходе окажется нулевое напряжение.

На рисунке 5.3 приведена схема простейшего стабилизатора напряжения. Если сопротивление  $R_2$  намного больше сопротивления диода в области электрического пробоя, при приложении на вход напряжения, превышающего напряжение стабилизации  $V_{СТ}$ , на выходе окажется  $U_{ВЫХ} \approx V_{СТ}$  - напряжение, падающее на стабилитроне (диоде, работающем в режиме электрического пробоя). На резисторе падает напряжение  $U_{ВХ} - V_{СТ}$ .

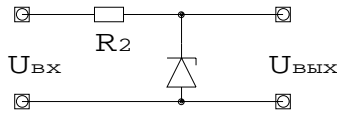


Рис. 5.3: Простейший стабилизатор напряжения

В металлах концентрация свободных носителей очень велика и практически не зависит от приложенного напряжения. Это же относится к графиту, который по своим электрическим свойствам занимает промежуточное положение между полупроводниками и металлами (такие вещества называют полуметаллами). Подвижность носителей при таких электрических полях, в которых не происходит теплового разрушения металлических и графитовых проводников, является постоянной. Поэтому именно эти вещества обычно используются для создания резисторов - элементов с постоянным сопротивлением  $R$ .

### Динамические вольт-амперные характеристики. Зарядные токи и токи утечки конденсатора

Как правило, измерения ВАХ проводят с использованием медленно меняющегося напряжения, регистрируя при этом зависимость  $I(V)$ . Такие ВАХ называют динамическими. Если в цепь включен реактивный элемент (т.е. импеданс цепи имеет не только вещественную составляющую, но и мнимую), форма ВАХ начинает зависеть от направления и скорости изменения напряжения. Величину  $v = dV/dt$  обычно называют скоростью развертки по напряжению,  $[v] = [В/с]$ . Наибольший интерес вызывает измерение динамических ВАХ конденсаторных структур. Для идеального конденсатора, имеющего емкость  $C$ , заряд на обкладках  $Q$  связан с приложенным напряжением соотношением

$$Q = CV . \quad (5.9)$$

Зарядный ток через конденсатор, вызванный изменением заряда на обкладках при изменении напряжения  $V$ , получается дифференцированием соотношения (5.9):

$$I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt},$$

т.е.

$$I = Cv . \quad (5.10)$$

При изменении направления развертки на противоположное  $v$  меняет знак, а значит, меняет знак  $I$  (рис. 5.4). По известному значению  $v$  и измеренной величине тока  $I$  можно определить величину емкости  $C$ .

Часто, например, для электролитических конденсаторов, ситуация осложняется из-за неидеальности конденсатора - присутствия сквозных токов (так называемых токов утечки), величина которых, вообще говоря, не зависит от  $v$  (рис. 5.5).

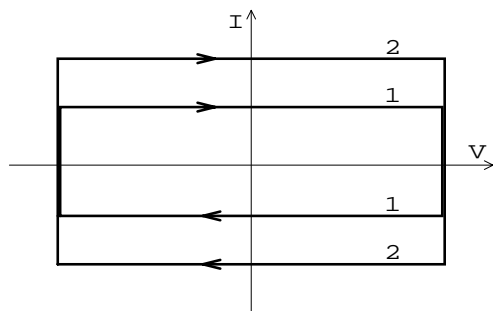


Рис. 5.4: Динамическая ВАХ конденсатора при двух различных постоянных скоростях развертки ( $v_2 = 2v_1$ ; стрелкой показано направление развертки)

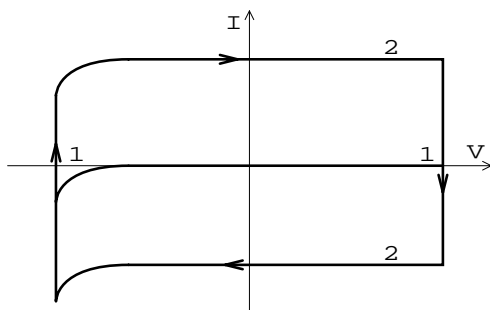


Рис. 5.5: Динамическая ВАХ конденсатора с утечкой (1 - токи утечки при  $v=0$ ; 2 - ВАХ при пилообразной развертке по напряжению, когда  $v = v_0$  при "прямом" направлении развертки, и  $v = -v_0$  при "обратном" направлении)

В этом случае емкость можно определить по ширине петли гистерезиса  $\Delta I$  по оси  $I$ , которая равна  $2Cv$ , а ток утечки - по среднему значению при прямом (от  $V < 0$  к  $V > 0$ ) и обратном проходах.

### 5.1.2 Измерение вольт-амперных характеристик с помощью АЦП и ЦАП

Перед выполнением данной работы необходимо выполнить лабораторную работу "Изучение основ управления физическим экспериментом с помощью компьютера".

#### Цифро-аналоговые преобразователи

В компьютерах информация представляется в двоичном коде в виде цифровых сигналов. При этом одному уровню напряжения сопоставляется логическое значение 0, а другому - 1. Существуют специальные устройства, называемые цифро-аналоговыми преобразователями (ЦАП), которые дают на выходе напряжение (т.е.

аналоговый сигнал), пропорциональное величине входного кода. Это делается благодаря сложной схеме коммутаторов и делителей внутри ЦАП. Если обозначить входной код  $M_{\text{ВХ}}$ , а выходное напряжение  $U_{\text{ВЫХ}}$ , то

$$U_{\text{ВЫХ}} = K_{\text{ЦАП}}(M_{\text{ВХ}} - M_0) \quad (5.11)$$

$K_{\text{ЦАП}}$  - коэффициент преобразования,  $M_0$  - код сдвига нулевого уровня. Если величина  $M_{\text{ВХ}}$  меняется на 1, то есть на единицу младшего разряда кода,  $U_{\text{ВЫХ}}$  меняется на величину  $K_{\text{ЦАП}}$ . Поэтому  $K_{\text{ЦАП}}$  иногда называют значением младшего разряда (МР) ЦАП. Для однополярных ЦАП величина  $M_0$ , как правило, близка к нулю, хотя бывают и исключения из этого правила. В биполярных - обычно близка к половине от максимального кода ЦАП. В нашем случае биполярного ЦАП  $M_0$  близко к 2048.

Однако ЦАП неидеальны и имеют погрешности преобразования. Погрешности бывают четырех типов:

1. сдвиг уровня: значение  $M_0$  отличается от паспортного;
2. погрешность масштабного коэффициента: значение  $K_{\text{ЦАП}}$  отличается от паспортного;
3. нелинейность: зависимость  $U_{\text{ВЫХ}}$  от  $M_{\text{ВХ}}$  не является линейной. Отклонения от линейности обычно оценивают в значениях МР. Различают дифференциальную (для двух соседних значений кода) и интегральную (для всей шкалы) нелинейность;
4. погрешность установления выходного напряжения: код на выходе ЦАП устанавливается не мгновенно, а через некоторое время после изменения входного кода.

Основной характеристикой ЦАП является его разрядность. Так, ЦАП с разрядностью 10 имеет 10 цифровых входов и может давать на выходе  $2^{10} = 1024$  различных значения напряжения.

Выход ЦАП бывает либо монополярным (например, монополярный 10-разрядный ЦАП со значением МР 0.005 В дает выходное напряжение от 0 до 5.115 В), либо биполярным (например, от -10.23 В до +10.23 В для биполярного 11-разрядного ЦАП со значением МР 10 мВ).

Чем выше разрядность ЦАП, тем точнее с его помощью можно установить требуемое выходное напряжение - как правило, погрешность не превышает 1-3 МР. В нашем случае ЦАП 12-разрядный.

## **Аналого-цифровые преобразователи. Преобразователи ток-напряжение**

Для ввода информации об аналоговых сигналах в компьютер используют аналого-цифровые преобразователи (АЦП). В отличие от ЦАП существует очень много различных типов АЦП, т.к. имеются разные методы преобразования. Основными характеристиками АЦП являются разрядность и время преобразования. Следующей по важности характеристикой является нелинейность АЦП (в полной аналогии



с ЦАП, различают дифференциальную и интегральную нелинейность). Наиболее типичны АЦП с разрядностью 8-14 и временем преобразования от десятков наносекунд до нескольких миллисекунд. Как правило, чем выше разрядность АЦП, тем ниже его быстродействие. АЦП могут работать либо в монополярном (например, от 0 до +5 В), либо в биполярном режимах (например, от -5 В до +5 В), в зависимости от их конструкции. Диапазон входного напряжения АЦП обычно лежит в области -10.. +10 В.

Преобразование напряжение-код происходит следующим образом. В заданный момент времени на АЦП приходит цифровой сигнал "начать преобразование". Этот сигнал может поступать либо от компьютера (как в данной работе), либо от внешнего источника сигнала. После прихода этого сигнала (его часто называют сигналом "старт") АЦП начинает сравнение величины входного сигнала с внутренними эталонными напряжениями в своей схеме, и через некоторое время на выходе АЦП появляются цифровые сигналы "преобразование закончено" и код  $M_{\text{ВЫХ}}$  (соответствующий входному напряжению  $U_{\text{ВХ}}$ ). В зависимости от устройства АЦП попытки чтения выходного кода во время преобразования либо невозможны, либо дают результаты предыдущего преобразования, либо имеют бессмысленные значения. Выходной код  $M_{\text{ВЫХ}}$  связан со входным напряжением  $U_{\text{ВХ}}$  соотношением

$$U_{\text{ВХ}} = K_{\text{АЦП}}(M_{\text{ВЫХ}} - M_0) \tag{5.12}$$

где  $M_0$  - код, соответствующий нулевому входному напряжению.

С помощью АЦП можно измерять не только напряжение, но также ток, сопротивление и другие величины. Для этого существуют так называемые преобразователи "ток-напряжение" "сопротивление-напряжение" и т.п. Преобразователь "ток-напряжение" устроен очень просто. Это операционный усилитель (ОУ), включенный по схеме, приведенной на рисунке 5.6.

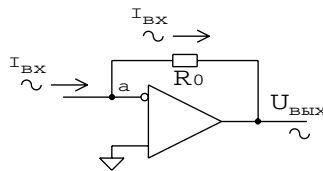


Рис. 5.6: Преобразователь ток-напряжение. "а" кажущаяся земля ОУ поддерживает в точке "а" равный нулю потенциал за счет отрицательной обратной связи с выхода ОУ на инвертирующий вход (обозначенный кружком) через резистор  $R_0$

Данный преобразователь имеет практически нулевое входное сопротивление (ведет себя как амперметр, подключенный одной клеммой к "земле"), а выходное напряжение связано со входным током соотношением

$$U_{\text{ВЫХ}} = -I_{\text{ВХ}}R_0 \tag{5.13}$$

Это соотношение легко вывести, если учесть, что точка "а" имеет потенциал "земли" ( $U_a = 0$ ), а входное сопротивление операционного усилителя можно считать равным бесконечности.

## Компьютеризированная установка для измерения ВАХ

В данной работе используется стандартный компьютер типа РС с модулем АЦП/ЦАП. В состав модуля входят два независимых 10-разрядных АЦП с диапазоном входного напряжения  $-5В..+5В$  и временем преобразования 30мкс, а также один 12-разрядный ЦАП с диапазоном выходного напряжения  $-4В..+4В$ . Модуль АЦП/ЦАП подсоединен к шине компьютера РС, его работой можно управлять с помощью специальной программы.

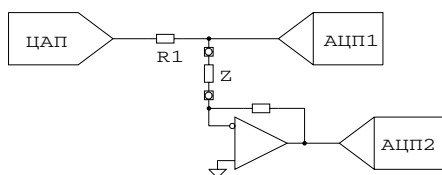


Рис. 5.7: Схема установки для измерения ВАХ

Выход ЦАП подсоединен к одной из клемм исследуемого элемента цепи  $Z$  (рис.5.7). К этой же клемме подсоединен вход первого АЦП. Вторая клемма исследуемого элемента подсоединена к земле через вход преобразователя ток-напряжение. Выход этого преобразователя подсоединен ко входу второго АЦП. Таким образом, имеется возможность одновременно измерять как подводимое к элементу напряжение, так и протекающий через него ток. Резистор  $R1$ , подсоединенный последовательно с выходом ЦАП, служит для моделирования выходного сопротивления источника сигнала, а также для ограничения выходного тока ЦАП в случае короткого замыкания выхода на "землю".

## 5.2 Контрольные вопросы

1. Как связана дрейфовая скорость носителей в проводнике с локальной напряженностью электрического поля? Что такое дрейфовая скорость носителей и какая еще бывает?
2. В каких случаях выполняется, а в каких - нарушается закон Ома?
3. Зарисуйте простейшую схему выпрямителя (состоящую из диода и резистора), выдающего отрицательное напряжение.
4. Что такое динамические вольт-амперные характеристики?
5. Почему при наличии утечки  $\Delta I = 2Cv$ ?

6. Как влияет на результаты измерения интегрального сопротивления резистора неучитываемый постоянный сдвиг нуля АЦП, регистрирующего напряжение на элементе? Нарисуйте ВАХ и сделайте вывод, при каких значениях напряжения это влияние больше - при больших или близких к нулю?
7. Как выглядит ВАХ резистора? Диода? Стабилитрона? Как она будет выглядеть, если поменять полярность включения элемента (перевернуть элемент)?
8. Как выглядит зависимость дифференциального сопротивления диода от величины и знака приложенного напряжения?
9. На какой ветви ВАХ происходит стабилизация напряжения у стабилитрона?
10. Нарисуйте графики параметрической зависимости а)  $x(t) = x_0 \sin(\omega t)$ ,  $y(t) = y_0 \cos(\omega t)$ ; б)  $x(t) = x_0 \sin(\omega t)$ ,  $y(t) = y_0 \sin(\omega t)$ ; в)  $x(t) = x_0 \sin(\omega t)$ ,  $y(t) = y_0 \sin(\omega t + \varphi)$ ,  $0 < \varphi < \pi/2$ .
11. Какова зависимость тока через конденсатор  $I(t)$ , если подаваемое на него напряжение а) изменяется линейно, б) изменяется синусоидально, в) имеет форму меандра?

### 5.3 Порядок выполнения работы

#### Измерение ВАХ и сопротивления резисторов. Оценка погрешностей и ограничений измерительной аппаратуры

Задайте режим пилообразной развертки по напряжению. Подсоедините исследуемый резистор к клеммам электрической цепи и измерьте ВАХ. Проведите анализ погрешностей части установки, связанной с измерением токов (нелинейность, сдвиг по уровню, разброс значений). При анализе резистор считается идеально линейным элементом.

Проведите оценку, в каком диапазоне токов и сопротивлений возможны корректные измерения. Сравните значения дифференциальных и интегральных сопротивлений для резисторов на различных участках ВАХ. Повторите измерение для резистора другого номинала.

#### Измерение ВАХ, интегрального и дифференциального сопротивления диодов

а) Проведите измерение ВАХ нескольких типов диодов. Оцените прямое падение напряжения на диодах и величину токов утечки при различных обратных напряжениях, а также коэффициент выпрямления (отношение тока в прямом направлении к току в обратном).

б) Проведите расчет зависимости дифференциального сопротивления от приложенного напряжения, а также оценку интегрального сопротивления диода при включении в прямом и обратном направлении.

## Измерение параметров стабилитронов

а) Проведите измерение ВАХ стабилитрона и оцените величину напряжения стабилизации.

б) Измерьте дифференциальное сопротивление стабилитрона в области стабилизации. Сравните с соответствующим интегральным сопротивлением. Сравните с дифференциальным и интегральным сопротивлением на прямой ветви ВАХ, где стабилитрон работает как диод.

## Измерение параметров электролитического конденсатора

а) Проведите измерение динамических ВАХ конденсатора с заданной емкостью 10 – 30 мкФ при выбранной скорости развертки, и по измеренным значениям тока определите скорость развертки.

б) Измерьте динамические ВАХ электролитического конденсатора неизвестной емкости. Используя известное значение скорости развертки (из пункта а), проведите расчет емкости электролитического конденсатора. По ВАХ рассчитайте дифференциальное сопротивление (сопротивление утечки конденсатора).

в) Подайте на конденсатор сигналы прямоугольной формы (меандр). Проведите оценку постоянной времени установления напряжения на конденсаторе, и по этой величине и вычисленной емкости конденсатора оцените выходное сопротивление источника сигнала  $R_1$  (в установке последовательно с выходом ЦАП включен резистор  $R_1$ ).

г) подайте на конденсатор синусоидальный сигнал. Объясните форму ВАХ.

# Лабораторная работа № 6

## Градуировка монохроматора

### 6.1 Теоретическая часть. Общие вопросы

Для исследования спектрального состава электромагнитного излучения используются спектральные приборы. Они способны выделять излучение в узком спектральном интервале (при заданной длине волны) в пределах изучаемой области спектра. В настоящей работе исследуются "классические" спектральные приборы - монохроматоры с пространственным разделением длин волн, основанном на методе селективной фильтрации.

#### 6.1.1 Типы спектральных приборов

Спектральные приборы различаются по методу регистрации спектра, по типу оптических систем и конструкции прибора, по информационной способности, по области спектра и т.д. Обычно различают следующие области спектра:

дальняя ультрафиолетовая	1 - 185 нм
ультрафиолетовая	185 - 400 нм
видимая	400 - 760 нм
ближняя инфракрасная	760 - 2500 нм
средняя инфракрасная	2500 - 50000 нм
дальняя инфракрасная	50000 - 1000000 нм

Пространственный линейный размер спектров, получаемых с помощью различных моделей спектральных приборов, изменяется от 5-10 мм до нескольких метров. Наиболее распространенной является классификация приборов по способу наблюдения или регистрации спектра - визуальному (приемником служит глаз), фотографическому (приемником служит фотоэмульсия) или фотоэлектрическому (приемником излучения служат фотоэлементы, фотоумножители, линейки ПЗС - приборов с зарядовой связью). К приборам с визуальной регистрацией спектра относятся спектроскопы, с фотографической - спектрографы, с фотоэлектрической - спектрометры и квантометры. Применение фотоэлектрических методов регистрации позволило существенно повысить чувствительность и точность измерений, фиксировать изменения спектральных характеристик излучения во времени и, в целом, способствовало развитию автоматизации и сопряжению спектральных приборов с компьютерами.

### 6.1.2 Устройство спектрального прибора. Оптическая схема и инструментальный контур монохроматора

Разложение излучения в спектр обычно осуществляется с помощью диспергирующего элемента, отклоняющего лучи различных длин волн на разные углы. В качестве диспергирующего элемента используются преломляющие призмы, дифракционные решетки, интерферометры и голограммы. Основными конструктивными элементами спектрального прибора являются:

- входной коллиматор  $K_1$ ;
- диспергирующий элемент  $D$ ;
- камера-спектрограф.

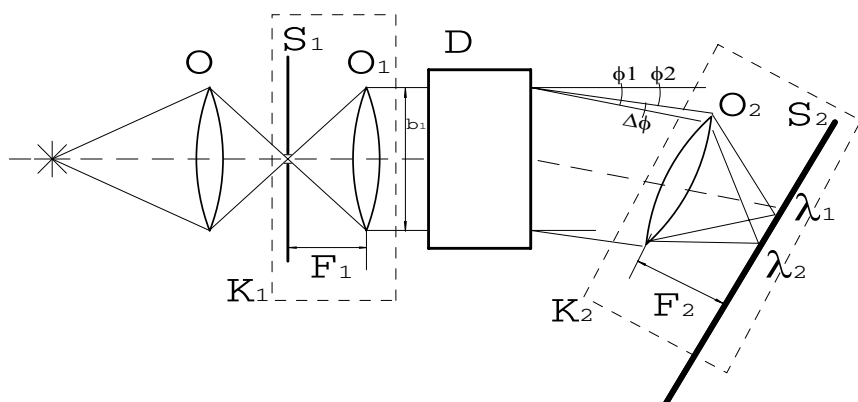


Рис. 6.1: Принципиальная оптическая схема монохроматора

Если с помощью выходного коллиматора  $K_2$  выделяется излучение в узком спектральном интервале, который может непрерывно перемещаться по спектру при повороте диспергирующего элемента  $D$  относительно щели, то такой спектрометр называется *монохроматором*. Рассмотрим его принципиальную оптическую схему (рис.6.1). Конденсор  $O$  фокусирует излучение источника на входной коллиматор  $K_1$ , который состоит из объектива  $O_1$  и узкой щели  $S_1$ .  $F_1$  - фокусное расстояние коллиматора. Щель, как правило в форме прямоугольника, располагается на оптической оси объектива коллиматора в его фокальной плоскости. При этом из объектива коллиматора выходят параллельные пучки света от каждой точки щели. Диспергирующая система  $D$  преобразует падающий на нее параллельный пучок спектрально неразложенного излучения в совокупность параллельных монохроматических пучков, отклоненных на разные углы  $\varphi$  ( $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  и т.д.) в зависимости от длины волны. Совокупность этих параллельных пучков попадает в камерный

объектив  $O_2$  с фокусным расстоянием  $F_2$ , который их фокусирует и образует в фокальной плоскости совокупность изображений входной щели монохроматического спектрального состава.

При монохроматическом входном излучении форма изображения входной щели на выходе монохроматора называется его *инструментальным контуром* (аппаратной функцией прибора). При "широких" щелях, когда нет необходимости учитывать явление дифракции, инструментальный контур имеет форму трапеции или треугольника в зависимости от соотношения спектральных ширин входной и выходной щелей, при "узких" щелях - определяется явлением дифракции и содержит главный и побочные дифракционные максимумы.

### 6.1.3 Формирование спектрального распределения. Градуировочная кривая монохроматора

Число изображений щели определяется числом монохроматических составляющих в спектре источника, а их интенсивность - как спектральной яркостью излучения на данной длине волны, так и светосилой прибора.

В случае источника сплошного спектра освещенность изображения щели, независимо от спектрального состава излучения, отлична от нуля - в фокальной плоскости объектива  $O_2$  наблюдается непрерывный спектр. При использовании источника света, спектр которого состоит из набора отдельных линий, в фокальной плоскости объектива  $O_2$  наблюдаются разделенные темными промежутками цветные изображения щели, соответствующие длинам волн этих линий. Линейчатые источники излучения с известным положением линий могут служить для градуировки оптических приборов.

Для получения информации о спектральном распределении энергии излучения источника на выходную щель  $S_2$  последовательно направляют различные участки спектра. Для этого, как правило, изменяют положение диспергирующего элемента относительно неподвижных входной и выходной щелей. Но иногда для перехода от одной области спектра к другой перемещается входная или выходная щель.

В монохроматоре, используемом в данной лабораторной работе, последовательный переход от одних участков спектра к другим осуществляется поворотом микрометрического винта, вращающего диспергирующий элемент. Это вращение осуществляется с помощью управляемого компьютером шагового двигателя. Причем отсчет угла поворота диспергирующего элемента осуществляется в собственных единицах вращающего механизма монохроматора. Для того, чтобы регистрировать спектральное распределение в единицах длин волн (нм, Å), необходимо предварительно проградуировать шкалу вращающего механизма монохроматора. Градуировка монохроматора осуществляется с помощью эталонного источника линейчатого спектра, положение линий которого хорошо известно. Результаты градуировки оформляют в виде градуировочной кривой, представляющей собой преобразование, которое необходимо осуществить для перехода от отсчетов в собственных единицах вращающего механизма монохроматора к единицам длин волн.

В качестве эталонного источника излучения в настоящей работе используется ртутная лампа ДРШ-100 (таблица 6.1).

Наблюдаемая линия	Длина волны, Å
Фиолетовая 2	4047
Фиолетовая 1	4078
<b>Синяя</b>	<b>4358</b>
Голубая 2	4916
Голубая 1	4960
<b>Зеленая</b>	<b>5461</b>
<b>Желтая 2</b>	<b>5770</b>
<b>Желтая 1</b>	<b>5791</b>
Красная 4	6123
Красная 3	6234
Красная 2	6907
Красная 1	7082

\* жирным шрифтом выделены наиболее интенсивные линии в спектре ртути

Таблица 6.1: Положения линий в спектре ртути

### 6.1.4 Основные характеристики спектрального прибора

К основным характеристикам спектрального прибора относятся:

- угловая дисперсия;
- линейная дисперсия;
- разрешающая способность;
- светосила;
- область пропускания, т.е. область спектра, в которой может быть использован данный прибор.

Кратко остановимся на этих характеристиках.

*Угловая дисперсия*  $D_\varphi$  характеризует способность диспергирующей системы отклонять излучение разных длин волн на разные углы. Величина  $D_\varphi$  определяется соотношением:

$$D_\varphi = d\varphi/d\lambda , \quad (6.1)$$

где  $d\varphi$  - угол между лучами с длинами волн  $\lambda$  и  $\lambda + d\lambda$ .

*Линейная дисперсия*  $D_l$  является характеристикой спектрального прибора в целом и определяет линейное расстояние  $dl$  между изображениями линий спектра с длинами волн  $\lambda$  и  $\lambda + d\lambda$  в фокальной плоскости объектива. Величина  $D_l$  определяется соотношением:

$$D_l = dl/d\lambda . \quad (6.2)$$



Спектральный прибор на практике принято характеризовать *областью линейной дисперсии*  $L$ , показывающей, какой спектральный интервал приходится на единицу длины спектра:

$$L = d\lambda/dl = 1/D_l . \quad (6.3)$$

Размерность  $L$  обычно выражается в нм/мм. Величина  $L$  может изменяться в достаточно широких пределах: от 0,01-0,1 нм/мм для приборов с высокой дисперсией до 10-100 нм/мм для приборов с малой дисперсией.

*Разрешающая способность  $R$ . Критерий Релея.* Величина  $R$  определяется отношением длины волны падающего света  $\lambda$  к пределу разрешения  $d\lambda$ , который характеризует расстояние между двумя монохроматическими линиями одинаковой интенсивности, которые еще "разрешаются т.е. наблюдаются отдельно:

$$R = \lambda/d\lambda . \quad (6.4)$$

Различают теоретический предел разрешения, обусловленный только волновой природой света и физическими свойствами диспергирующего элемента, и практический предел разрешения, обусловленный, помимо перечисленные факторов, и рядом искажений, связанных с прохождением света через реальный прибор (конечной шириной щелей, дефектами оптики и ее фокусировкой, рассеянием света и т.д).

Для оценки теоретического предела разрешения  $R_T$  чаще всего используется критерий Релея, согласно которому две спектральные линии одинаковой интенсивности находятся на пределе разрешения, если главный максимум дифракционного изображения одной из линий совпадает с первым минимумом в изображении другой линии. Две линии в этом случае образуют инструментальный контур, форма которого определяется только явлением дифракции, причем ордината минимума, соответствующая провалу между линиями, составляет 80% от его максимума. В действительности ширина инструментального контура определяется суммарным действием многих факторов. Для определения практической разрешающей способности удобно обобщить критерий Релея таким образом, чтобы при любой форме инструментального контура считать две монохроматические линии равной интенсивности находящимися на пределе разрешения, если провал яркости между ними составляет 20% (рис.6.2). Определенная таким образом величина называется практической разрешающей способностью  $R_{\text{пр}}$ :

$$R_{\text{пр}} = \lambda/d\lambda_{\text{пр}} . \quad (6.5)$$

Практическая разрешающая способность всегда меньше предельной теоретической.

До сих пор предполагалось, что входная щель является бесконечно узкой. На практике она имеет конечную ширину, которая может меняться вращением соответствующего микрометрического винта. От ширины щели и условий ее освещения зависит как интенсивность спектральной линии, так и практическая разрешающая способность спектрального прибора.

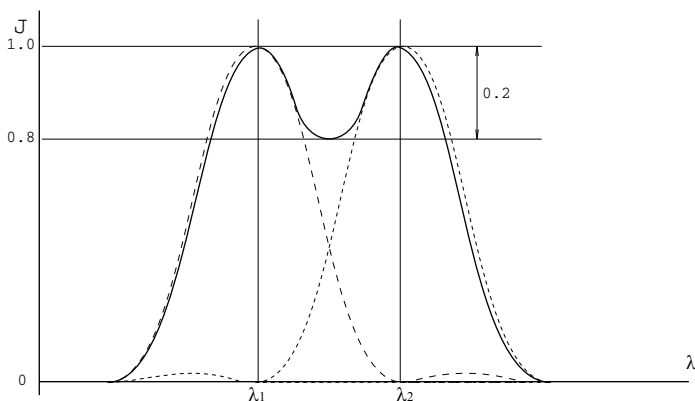


Рис. 6.2: Разрешающая способность монохроматора по обобщенному критерию Релея

Щель называется *нормальной*, если ширина ее геометрического изображения равна расстоянию между двумя линиями, разрешимыми согласно критерию Релея (рис.6.3).

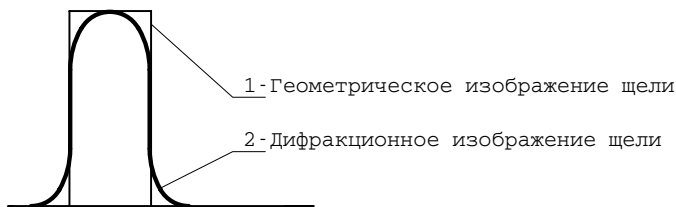


Рис. 6.3: Выходное изображение нормальной щели

Нормальная ширина щели определяется выражением:

$$a_H = \frac{\lambda F_1}{b_1}, \quad (6.6)$$

где  $F_1$  - фокусное расстояние,  $b_1$  - действующий диаметр объектива коллиматора (то есть диаметр светового пучка, выходящего из коллиматора).

При нормальной ширине щели происходит потеря разрешающей способности примерно на 25% по сравнению со случаем бесконечно узкой щели. При ширинах щели, больших нормальной, быстро падает разрешающая способность спектрального прибора. При меньших - резко уменьшается светосила прибора. Поэтому в

практике спектроскопических измерений нормальная ширина щели считается оптимальной.

Светосила спектрального прибора определяется количеством энергии, попадающей на приемник излучения на выходе прибора. В общем случае она зависит от яркостных и спектральных характеристик источника излучения, пропускания прибора, особенностей его оптической схемы и условий освещения входной щели. Если в качестве приемника излучения используется фотоэлектронный умножитель (ФЭУ), то регистрируемой величиной является электрический ток, появляющийся в результате фотоэффекта при попадании потока квантов на фотокатод, с последующим умножением выбитых электронов на диодной системе ФЭУ. Светосилой прибора называется отношение светового потока на выходе монохроматора к яркости источника. При заданной яркости источника светосила определяет величину фототока ФЭУ и характеризует чувствительность монохроматора. Если источник имеет линейчатый спектр, то светосила прибора определяется выражением:

$$\Phi = \tau u \quad (6.7)$$

где:  $\tau$  - коэффициент пропускания прибора;  $u$  - геометрический фактор.

$$u = \Omega_1 S_{Q1} = \Omega_2 S_{Q2} \quad (6.8)$$

где  $S_{Q1}$ ,  $S_{Q2}$  - площади сечения входного и выходного пучков;  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  - телесные углы, под которыми входная и выходная щели видны из центров коллиматора и выходного объектива, соответственно.

В случае линейчатого спектра источника светосила монохроматора пропорциональна ширине его входной щели, в случае сплошного спектра - пропорциональна квадрату ширины щели (так как спектральный диапазон, попадающий в выходную щель, пропорционален ширине входной щели). Расширяя щели монохроматора, можно увеличить пропускаемый им световой поток.

При ширине щели  $a < a_H$  разрешающая способность  $R_{пр}$  практически не зависит от ширины щели, поэтому при увеличении ширины щели до значения  $a_H$  рост светосилы  $\Phi$  не сопровождается уменьшением разрешающей способности. При  $a > a_H$  разрешающая способность уменьшается, а светосила растет. Можно показать, что в этом случае для призмных и дифракционных монохроматоров произведение  $R_{пр}u$  остается постоянным.

## 6.2 Описание экспериментальной установки

### 6.2.1 Функциональная схема установки

Установка представляет собой автоматизированный комплекс, разработанный на основе модульной электроники. Комплекс содержит контроллер, систему питания 6В, 12В, 24В, а также набор специализированных функциональных модулей: счетчика импульсов СЧИ, таймера, преобразователей АЦП, двухканального ЦАП, предварительного усилителя-формирователя ПУФ, амплитудного дискриминатора

АД, шагового двигателя ШД, управляемого модулем управления шагового двигателя МУШД, а также блока высокого напряжения БВН для питания ФЭУ. Специализированные блоки соединены магистралью. Управление комплексом реализовано на базе персонального компьютера ПК. Обмен данными между модулями, датчиками, приборами и оборудованием осуществляется под управлением контроллера. Он определяет очередность выполнения задач блоками, и передает собранные ими данные компьютеру. Функциональная схема установки приведена на рис.6.4.

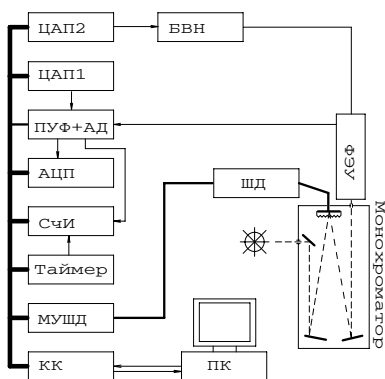


Рис. 6.4: Функциональная схема установки

## 6.2.2 Регистрация спектра

Поточное сканирование спектра по длинам волн с постоянным шагом осуществляется с помощью МУШД, который управляет вращением диспергирующего элемента. С помощью ФЭУ для каждого нового положения этого элемента измеряется величина светового потока. Частота появления импульсов на катоде ФЭУ пропорциональна интенсивности светового потока, определяемого количеством фотонов в единицу времени. Данные о количестве шагов шагового двигателя монохроматора и количестве зарегистрированных фотонов для данного положения ШД передаются для записи, хранения, обработки и последующего графического представления в ПК. Измерения продолжаются до тех пор, пока ШД не пройдет установленное число шагов. Импульсы тока на выходе ФЭУ имеют амплитуду 1-10 нА и длительность 10-50 нс, поэтому для их регистрации необходим предварительный усилитель-формирователь. Задача ПУФ - сформировать на выходе импульсы напряжения амплитудой 0-10 В и длительностью несколько мкс. Для регистрации импульсов с амплитудой, превышающей заданный порог используют амплитудный детектор. Он не пропускает импульсы с амплитудой ниже заданной, а остальные пропускает без изменения. Порог срабатывания АД определяется внешним напряжением, сформированным ЦАП1. Так как в режиме счета фотонов именно число импульсов в единицу времени характеризует световой поток, то к выходу АД

необходимо подключить частотомер. Частотомер строится по стандартной схеме с использованием модулей таймера и счетчика импульсов. Таймер определяет интервал времени, а счетчик считает импульсы ФЭУ за это время. Для измерения амплитуды импульсов используется АЦП. Высокое напряжение на ФЭУ подается от блока высокого напряжения, управляемого ЦАП2: выходное напряжение БВН пропорционально входному, подаваемому с ЦАП2.

### 6.2.3 Выходные данные

Данные о количестве импульсов ФЭУ, зарегистрированных в единицу времени при одной длине волны (в промежутке между двумя управляющими импульсами МУШД), передаются в ПК и отображаются в соответствующем окне интерфейса программы управления экспериментом, а также в виде спектрального распределения. Измеренный спектр представляет собой набор данных, в котором каждому положению двигателя (импульсу МУШД) ставится в соответствие измеренная интенсивность сигнала.

## 6.3 Описание программного обеспечения

### 6.3.1 Запуск и остановка измерений, изменение границ спектра, управление графическим выводом данных, сохранение результатов

Запуск работы измерительного комплекса осуществляется нажатием клавиши "Enter". Измерения можно остановить с помощью клавиши "Esc". На отработку команды прерывания может потребоваться 30-60 секунд. При запуске программа автоматически инициализирует следующие параметры:

- начало и конец отсчета шкалы монохроматора в шагах шагового двигателя;
- максимальная интенсивность сигнала с ФЭУ при выводе спектра.

Значения этих параметров могут изменяться после окончания их автоматической инициализации в меню программы "Параметры". Результаты градуировки, а также условия, при которых осуществлялась регистрация спектрального распределения, могут быть записаны в файл. Для этого необходимо перейти в раздел меню "Данные" (клавиша F2), ввести имя файла в соответствующем окне и выполнить пункт "запомнить". В дальнейшем сохраненные данные могут быть загружены, просмотрены или обработаны данной программой: в разделе меню "Данные" в соответствующем окне необходимо ввести имя файла и выполнить пункт "прочитать".

### 6.3.2 Обработка экспериментальных данных и получение градуировочной кривой

После завершения регистрации спектрального распределения ртутной лампы для получения градуировочной кривой следует перейти в раздел меню "Градуировка" (клавиша F4). Градуировка заключается в отождествлении "характерных как правило, наиболее интенсивных, линий спектра эталонного источника с линиями измеренного спектрального распределения. Для этого линии спектра на экране монитора помечаются нажатием правой кнопки "мыши". В появившемся окне вводится значение длины волны (в ангстремах), соответствующей данной линии. При необходимости значение длины волны последней введенной линии можно удалить. Градуировочная кривая строится в виде прямой по методу наименьших квадратов. Обработку данных и построение градуировочной кривой можно проводить неоднократно. Проверка "самосогласованности" градуировки состоит в сравнении значений длин волн линий измеренного спектрального распределения, которые не использовались при построении градуировочной кривой, с соответствующими линиями спектра эталонного источника. Для этого после построения градуировочной кривой следует вернуться в окно основного меню, нажав клавишу "Tab". При этом на графике появится перемещаемый репер, текущее положение которого будет отображать значение соответствующей длины волны в ангстремах.

## 6.4 Контрольные вопросы

1. Каким образом можно осуществлять классификацию спектральных приборов?
2. Нарисуйте оптическую схему монохроматора. Укажите основные элементы, соответствующие этой схеме, для реального монохроматора, используемого в работе.
3. Дайте определение угловой  $D_\varphi$  и линейной  $D_l$  дисперсий. Что такое область линейной дисперсии прибора? Нарисуйте ход лучей в призме и дифракционной решетке. За счет чего в них наблюдается дисперсия?
4. Какие диспергирующие элементы вы знаете?
5. Что называется инструментальным контуром монохроматора? Чем определяется нормальная ширина щели?
6. Что такое линейчатый спектр излучения? Чем он отличается от непрерывного? Приведите примеры.
7. Что такое теоретическая  $R_T$  и практическая  $R_{\text{пр}}$  разрешающая способность спектрального прибора? Из-за чего могут отличаться  $R_T$  и  $R_{\text{пр}}$ ?
8. Как зависит разрешающая способность монохроматора от размеров щели?

9. Что такое светосила  $\Phi$  оптического прибора? Чем определяется геометрический фактор? От чего зависит область пропускания спектрального прибора?
10. Как зависит светосила монохроматора от размеров щели?
11. Какое назначение у блоков функциональной схемы экспериментальной установки?
12. Для чего нужна градуировка спектрального прибора? Что такое градуировочная кривая?

## 6.5 Порядок выполнения работы

1. **Измерить спектр эталонного источника излучения.** Запустить управляющую программу, измерить спектральное распределение ртутной лампы, не изменяя установленных параметров и настроек автоматизированного комплекса. Сравнить полученное спектральное распределение с эталонным. Есть ли в измеренном спектре линии, которые можно рассматривать в качестве "кандидатов" на синюю, зеленую и желтые линии спектра ртути? Если таких линий нет или имеются только некоторые из них, следует изменить параметры и настройки (диапазон измерения, величину максимальной интенсивности, ширины щелей), предварительно обсудив их с преподавателем, и провести повторные измерения.
2. **Построить градуировочную кривую монохроматора.** После построения градуировочной кривой осуществить проверку "самосогласованности" градуировки. Положения линий в измеренном спектре не должны отличаться от положений соответствующих линий в эталонном спектре более чем на 30 - 50 Å. При отсутствии "самосогласованности" выполнить данное задание заново.
3. **Оценить разрешающую способность монохроматора.** Для оценки разрешающей способности при заданной ширине щели использовать желтые линии в спектре ртути. В случае необходимости изменения ширины щелей в данном задании, запомнить размеры щелей на момент окончания задания 1 и восстановить их значения после выполнения оценки разрешающей способности.