

Правительство Российской Федерации  
Санкт-Петербургский государственный университет

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

*Дополнительные главы линейной алгебры*  
*Supplementary Chapters in Linear Algebra*

**Язык(и) обучения**

\_\_\_\_\_ русский \_\_\_\_\_

Трудоёмкость (границы трудоёмкости) в зачетных единицах:   2  

Регистрационный номер рабочей программы: \_\_\_\_\_

Санкт-Петербург

2015

## **Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

### **1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Целью изучения дисциплины является обучение студентов методам линейной алгебры, необходимых для решения широкого круга задач, возникающих в теоретической физике после дискретизации. В задачи курса входит изучение методов спектрального анализа линейных операторов в конечномерных пространствах. Изучаются случаи как эрмитовых, так и неэрмитовых операторов и соответствующих матриц. Доказываются спектральные теоремы для эрмитовых матриц, изучаются сингулярные разложения и приведение к жордановой форме несимметричных матриц. Даются реализации методов в виде конкретных алгоритмов решения линейных систем уравнений и спектральных задач для операторов в конечномерных пространствах.

### **1.2. Требования к подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Обучающиеся должны обладать базовыми знаниями по курсу высшей алгебры и математического анализа в объеме университетских курсов «Высшая алгебра» и «Математический анализ».

### **1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать основные современные аналитические и вычислительные методы исследования спектральных свойств линейных операторов в конечномерных пространствах. Иметь достаточно полное представление о возможностях применения изложенных в курсе результатов к решению различных задач квантовой теории. Владеть в достаточном объеме математическими и вычислительными приемами, необходимыми для решения спектральных задач линейной алгебры.

### **1.4. Перечень активных и интерактивных форм учебных занятий**

## **Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

### **2.1. Организация учебных занятий**

#### **2.1.1 Основной курс**

Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся																		
Период обучения (модуль)	Контактная работа обучающихся с преподавателем												Самостоятельная работа				форм учебных занятий Объём активных и интерактивных	Трудоёмкость
	лекции	семинары	консультации	занятия практические	лабораторные работы	контрольные работы	коллоквиумы	текущий контроль	аттестация промежуточная	итоговая аттестация	преподаватели под руководством преподавателей	преподавателей присутствии	методических материалов сам. раб. с использованием	текущий контроль (сам. раб.)	промежуточная аттестация (сам. раб.)	(сам. раб.) итоговая аттестация		
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>																		
<b>очная форма обучения</b>																		
Семестр 6	28							2					40		2		30	2
	1-10							1-10					1-1		1-1			
<b>ИТОГО</b>	<b>28</b>							<b>2</b>					<b>40</b>		<b>2</b>			<b>2</b>

Формы текущего контроля успеваемости, виды промежуточной и итоговой аттестации			
Период обучения (модуль)	Формы текущего контроля успеваемости	Виды промежуточной аттестации	Виды итоговой аттестации (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ)
<b>ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ</b>			
<b>очная форма обучения</b>			
Семестр 6		зачет	

## 2.2. Структура и содержание учебных занятий

**Основной курс      Основная траектория      Очная форма обучения**

Период обучения (модуль): **Семестр 6**

№ п/п	Наименование темы (раздела, части)	Вид учебных занятий	Количество часов
----------	------------------------------------	---------------------	---------------------

1	Симметричные матрицы, экстремальное свойство отношения Релея	Лекции	2
		по методическим материалам	3
2	Собственные векторы, собственные числа симметричной матрицы, спектральная теорема	Лекции	2
		по методическим материалам	3
3	Функции симметричных матриц. Матричная экспонента, резольвента.	Лекции	2
		по методическим материалам	3
4	Положительные и положительно определенные матрицы и их свойства. Квадратный корень из положительной матрицы.	Лекции	1
		по методическим материалам	3
5	Несимметричные матрицы. Полярное разложение	Лекции	2
		по методическим материалам	3
6	Несимметричные матрицы. Сингулярное разложение. Матричная запись сингулярного разложения.	Лекции	4
		по методическим материалам	3
7	Применение сингулярного разложения к решению систем линейных уравнений.	Лекции	2
		по методическим материалам	3
8	Псевдорешения систем линейных уравнений. Применение сингулярного разложения для построения псевдорешений.	Лекции	2
		по методическим материалам	3
9	Линейное векторное пространство. Базис пространства. Линейный оператор и его матрица. Преобразование базиса пространства и преобразование координат векторов и матриц линейных операторов.	Лекции	2
		по методическим материалам	2
10	Полиномы от матриц. Тождество Кэли. Свойства спектра степеней матрицы.	Лекции	1
		по методическим материалам	3
11	Приведение матрицы к канонической форме в случае простых корней характеристического полинома.	Лекции	2
		по методическим материалам	3

12	Приведение к канонической форме в случае кратных корней: 1-й этап - операторы $P_1$ и их свойства.	Лекции	2
		по методическим материалам	3
13	Корневые подпространства $E_1$ и их свойства. Доказательство свойства $\dim E_1 = \text{mult}_a \lambda_1(r_1)$ .	Лекции	2
		по методическим материалам	3
14	Свойства корневого подпространства. Подпространства $F$ и $G$ .	Лекции	1
		по методическим материалам	1
15	Базис корневого подпространства и Жордановы клетки.	Лекции	1
		по методическим материалам	1
16	Зачет	пром. аттестация (сам.)	2
		пром. аттестация (ауд.)	2

### Раздел 3. Обеспечение учебных занятий

#### 3.1. Методическое обеспечение

##### 3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины

В данном курсе используются классические аудиторные методы и самостоятельная работа студентов.

##### 3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы

Основная и дополнительная литература. Конспект лекций.

##### 3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания

Зачет проводится в устной форме. Билет зачета содержит один вопрос. На подготовку отводится не более 1 часа. Оценка "отлично" ставится за полностью раскрытый материал билета и правильные ответы на дополнительные вопросы по программе курса. Оценка "хорошо" ставится за полностью раскрытый материал билета при неточных ответах на дополнительные вопросы по программе курса. Оценка "удовлетворительно" ставится за не полностью раскрытый материал билета при отсутствии правильных ответов на часть дополнительных вопросов. Оценка "неудовлетворительно" ставится, если ответ студента не удовлетворяет перечисленным выше критериям оценок "отлично", "хорошо" и "удовлетворительно". Во время зачета студенты имеют право пользоваться своими конспектами при соблюдении следующих правил: а) Конспекты во время проведения экзамена или коллоквиума лежат на отдельном столе в той аудитории, где проводится аттестация. б) Студент может подойти и посмотреть свой конспект в течение короткого времени (не более 5 минут). в) Запись материала конспекта на отдельные листы, а также

перенос его со стола в аудиторию не допускаются. Использовать любые другие источники информации запрещается.

3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)

1. Симметричные матрицы, экстремальное свойство отношения Релея
  2. Собственные векторы, собственные числа симметричной матрицы, спектральная теорема
  3. Функции симметричных матриц. Матричная экспонента, резольвента.
  4. Положительные и положительно определенные матрицы и их свойства. Квадратный корень из положительной матрицы.
  5. Несимметричные матрицы. Полярное разложение.
  6. Несимметричные матрицы. Сингулярное разложение. Матричная запись сингулярного разложения.
  7. Применение сингулярного разложения к решению систем линейных уравнений.
  8. Псевдорешения систем линейных уравнений. Применение сингулярного разложения для построения псевдорешений.
  9. Линейное векторное пространство. Базис пространства. Линейный оператор и его матрица. Преобразование базиса пространства и преобразование координат векторов и матриц линейных операторов.
  10. Полиномы от матриц. Тождество Кэли. Свойства спектра степеней матрицы.
  11. Приведение матрицы к канонической форме в случае простых корней характеристического полинома.
  12. Приведение к канонической форме в случае кратных корней: 1-й этап - операторы  $P_1$  и их свойства.
  13. Корневые подпространства  $E_{\lambda_1}$  и их свойства. Доказательство свойства  $\dim E_{\lambda_1} = \text{mult}_{\lambda_1}(\chi_A)$ .
  14. Свойства корневого подпространства. Подпространства  $F_{\lambda}$  и  $G_{\lambda}$ .
  15. Базис корневого подпространства и Жордановы клетки.
- 3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса

## **3.2. Кадровое обеспечение**

3.2.1 Образование и (или) квалификация преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий

Лектору необходимо иметь высшее образование, ученую степень не ниже кандидата физико-математических наук. Необходима высокая квалификация в области применения современных методов линейной алгебры при решении спектральных задач.

3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом

**не требуется**

## **3.3. Материально-техническое обеспечение**

### 3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий

Стандартно оборудованная аудитория на 10 посадочных мест

### 3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования

Стандартно оборудованная аудитория, доска для письма мелом или фломастером, компьютер, мульти медийный проектор

### 3.3.3 Характеристики специализированного оборудования

Не требуется

### 3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения

Не требуется

### 3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов

Фломастеры для доски или мел, губка

## 3.4. Информационное обеспечение

### 3.4.1 Список обязательной литературы

1. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: Добросвет, 1998
2. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры, М.: Физматлит, 2005
3. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977.
4. Коновалов А.Н. Введение в вычислительные методы линейной алгебры. Новосибирск: Наука, 1993.
5. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
6. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М.,Л.: Физматгиз, 1969.

### 3.4.2 Список дополнительной литературы

1. Бахвалов Н.С. *Численные методы*. М.: Наука, 1973.
2. Березин И.С. Жидков Н.П. *Методы вычислений*. Т.1,2. М.: Физматгиз, 1962.
3. Калиткин Н.Н. *Численные методы*. М.: Наука, 1975.
4. Ахмеров Р.Р., Коробицына Ж.Л., Слепцов А.Г. *Основы численного анализа в задачах*. Новосибирск: изд-во НГУ, 1994.
5. Барахнин В.Б., Шапеев В.П. *Введение в численный анализ*. Новосибирск: изд-во НГУ, 1997.

### 3.4.3 Перечень иных информационных источников

## Раздел 4. Разработчики программы

С.Л. Яковлев, проф., д. ф.-м. н.

